EUKLIDO PRADMENŲ PIRMOJI KNYGA

Iš graikų kalbos vertė Remigijus Gotaučius

Šiam leidiniui panaudotas Richardo Fitzpatricko knygos Euclid's Elements of Geometry (2008) LaTeX'o ruošinys su graikišku tekstu ir brėžiniais iš autoriaus tinklalapio http://farside.ph.utexas.edu/euclid.html. Dėkoju Richardui Fitzpatrickui už leidimą.

The LaTeX source of Euclid's Elements of Geometry (2008) including the Greek text and the figures prepared by Richard Fitzpatrick (http://farside.ph.utexas.edu/euclid.html) has been used in this edition. I am grateful to Richard Fitzpatrick for the permission to use the LaTeX source file.

Ὅροι.

α΄. Σημεῖόν ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

β΄. Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές.

γ΄. Γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα.

δ΄. Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ᾽ ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

ε΄. Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

ϛ΄. Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί.

ζ΄. Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ᾽ ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.

η΄. Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐπ᾽ εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.

θ΄. Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

ι΄. Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστι, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται, ἐφ᾽ ἣν ἐφέστηκεν.

ια΄. Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν ἡ μείζων ὀρθῆς.

ιβ΄. Ὀξεῖα δὲ ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

ιγ΄. Ὅρος ἐστίν, ὅ τινός ἐστι πέρας.

ιδ΄. Σχῆμά ἐστι τὸ ὑπό τινος ἤ τινων ὅρων περιεχόμενον.

ιε΄. Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον [ἣ καλεῖται περιφέρεια], πρὸς ἣν ἀφ᾽ ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι [πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν] ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

ιϛ΄. Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου τὸ σημεῖον καλεῖται.

ιζ΄. Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη καὶ περατουμένη ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

ιη΄. Ἡμικύκλιον δέ ἐστι τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ᾽ αὐτῆς περιφερείας. κέντρον δὲ τοῦ ἡμικυκλίου τὸ αὐτό, ὃ καὶ τοῦ κύκλου ἐστίν.

ιθ΄. Σχήματα εὐθύγραμμά ἐστι τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα, τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν, τετράπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ τεσσάρων, πολύπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

κ΄. Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ τὰς τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς, ἰσοσκελὲς δὲ τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς, σκαληνὸν δὲ τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

κα΄ Ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν, ἀμβλυγώνιον δὲ τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν, ὀξυγώνιον δὲ τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

κβ΄. Τὼν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων τετράγωνον μέν

Apibrėžimai

1. Taškas yra, kur jokios dalies.

2. O skriestė – ilgis beplotis.

3. O skriestės galai – taškai.

4. Tiesi skriestė yra, kuri tolygiai guli taškams, kur ant jos.

5. O paviršius, kas vien ilgį ir plotį turi.

6. O paviršiaus kraštai – skriestės.

7. O plokščias paviršius yra, kuris tolygiai guli tiesėms, kur ant jo.

8. Plokščias gi kampas yra, plokštumoje dviem skriestėm sutinkant vienai su kita ir ne ant tiesės gulint, tų skriesčių vienos prieš kitą pokrypis.

9. Ir jei aprėpiančios kampą skriestės tiesios yra, tiesiniu vadinamas kampas.

10. O jei tiesė ant tiesės pastatyta gretimus (gretutinius) kampus lygius vieną kitam sudaro, abejas tųdviejų lygių kampų status yra, ir ta stačioji tiesė statmenimi vadinama tai, ant kurios stovi.

11. Bukas kampas yra, kuris didesnis už statų.

12. O smailus – kuris mažesnis už statų.

13. Riba yra, kas ko norint kraštas esti.

14. Pavidalas (sritis, skėmas) yra, kas kokios ar kokių nors ribų aprėpta.

15. Skritulys yra plokščias pavidalas, vienos skriestės [kuri vadinama apskritimu] aprėpiamas, į kurį iš vieno taško, viduje pavidalo gulinčių, atsiduriančios tiesės [į skritulio apskritimą] lygios viena kitai yra.

16. Ir tas taškas skritulio viduriu vadinamas.

17. O skritulio skersmuo yra kokia nors tiesė, per vidurį išvesta ir abiejose pusėse ribojama skritulio apskritimo, ir kuri pusiau skiria skritulį.

18. Pusskritulis gi yra pavidalas, aprėpiamas skersmens ir jo atskiriamo apskritimo. O pusskritulio vidurys yra tas pats kaip ir skritulio.

19. Tiesinis pavidalas yra, kuris tiesių aprėpiamas, trikraštis – trijų, keturkraštis – keturių, o daugiakraštis, – kuris daugiau nei keturių tiesių aprėpiamas.

20. O trikraščių pavidalų lygiakraštis trikampis yra tris lygias turįs kraštines, lygiašonis – tik dvi lygias turįs kraštines, o įvairiakraštis – tris nelygias turįs kraštines.

21. Dar iš trikraščių pavidalų status trikampis yra turįs statų kampą, bukas – turįs buką kampą, o smailus – turįs tris smailius kampus.

22. O keturkraščių pavidalų ketvirtainis (kvadratas) yra, kuris lygiakraštis yra ir stačiakam̃pis, stačiãkampis (nelygiakraštis) – tai stačiakam̃pis, bet ne

ἐστιν, ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι καὶ ὀρθογώνιον, ἑτερόμηκες δέ, ὃ ὀρθογώνιον μέν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ, ῥόμβος δέ, ὃ ἰσόπλευρον μέν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ, ῥομβοειδὲς δὲ τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν οὔτε ὀρθογώνιον· τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα τραπέζια καλείσθω.

κγ΄. Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ᾽ ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

lygiakraštis, lygiažambis (rombas) gi – lygiakraštis, bet ne stačiakampis, o keturžambis (romboidas) – priešingas kraštines bei kampus lygius turįs, kuris nei lygiakraštis nėra, nei stačiakampis; keturkraščiai, išskyrus šiuos, tebūnie vadinami žulniaisiais (trapecijomis).

23. Lygiagrečios yra tiesės, kurios, toje pačioje plokštumoje būdamos, tęsiamos į begalybę abiejosna pusėsna niekatrur nesutiks.

Αἰτήματα.

α΄. Ἠιτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

β΄. Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ᾽ εὐθείας ἐκβαλεῖν.

γ΄. Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

δ΄. Καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι.

ε΄. Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς δύο εὐθείας ἐπ᾽ ἄπειρον συμπίπτειν, ἐφ᾽ ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες.

Pakliautys

1. Pasikliautina iš bet kurio taško į bet kurį tašką tiesę išvesti.
2. Ir baigtinę tiesę nuolat tiese tęsti.
3. Ir su bet kuriuo viduriu bei spinduliu skritulį nubrėžti.
4. Ir visus stačius kampus lygius vieną kitam esant.
5. Ir jei dvi tiesi kertanti tiesė vidinius ir tos pat pusės du kampus mažesnius už du stačiu sudaro, tęsiamas tiedvi tiesi į begalybę sutiksiant, kurioje pusėje yra tuodu už du stačiu mažesni.

Κοιναὶ ἔννοιαι.

α΄. Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

β΄. Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

γ΄. Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

δ΄. Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ᾽ ἀλλήλα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

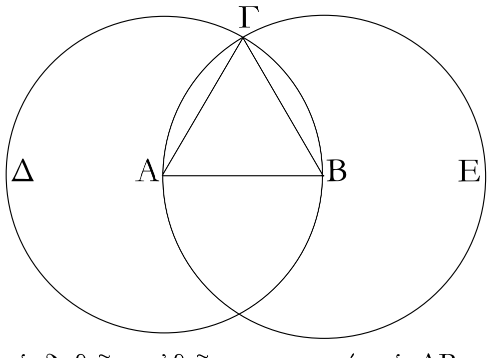
ε΄. Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν [ἐστιν].

Bendros sampratos

1. Tam pačiam lygūs ir vienas kitam yra lygūs.
2. Jei lygiems lygūs pridėta, visumos lygios yra.
3. Ir jei iš lygių lygūs atimta, liekanos lygios yra.
4. Ir sutapdinama vienas su kitu vienas kitam lygūs yra.
5. Ir visa už dalį daugiau.

α΄.

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.



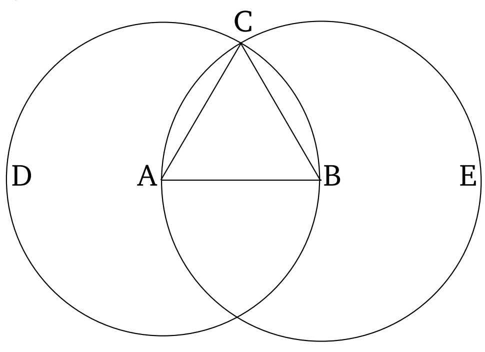
Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ.

Δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς ΑΒ εὐθείας τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Κέντρῳ μὲν τῷ Α διαστήματι δὲ τῷ ΑΒ κύκλος

1.

Ant duotos baigtinės tiesės lygiakraštį trikampį sudaryti.



Tebūnie AB duotoji baigtinė tiesė.

Reikia tad ant tiesės AB trikampį lygiakraštį sudaryti.

Iš vidurio A spinduliu AB skritulys BCD tebus γεγράφθω ὁ ΒΓΔ, καὶ πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ Β διαστήματι δὲ τῷ ΒΑ κύκλος γεγράφθω ὁ ΑΓΕ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου, καθ᾽ ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους οἱ κύκλοι, ἐπί τὰ Α, Β σημεῖα ἐπεζεύχθωσαν εὐθεῖαι αἱ ΓΑ, ΓΒ.

Καὶ ἐπεὶ τὸ Α σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΒ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ· πάλιν, ἐπεὶ τὸ Β σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΑΕ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΑ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΓΑ τῇ ΑΒ ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΓΑ, ΓΒ τῇ ΑΒ ἐστιν ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ ἡ ΓΑ ἄρα τῇ ΓΒ ἐστιν ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα αἱ ΓΑ, ΑΒ, ΒΓ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. καὶ συνέσταται ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τῆς ΑΒ. ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

nubrėžtas, ir vėl, iš vidurio B spinduliu BA skritulys ACE tebus nubrėžtas, ir iš taško C, kuriame kerta skrituliai vienas kitą, į taškus A ir B tebus nutiestos tiesės CA ir CB.

Ir kadangi taškas A skritulio CDB vidurys yra, AC lygus yra AB; vėlgi, kadangi taškas B yra skritulio CAE vidurys, BC yra lygus BA. Bet įrodyta ir CA lygus AB. O tam pačiam lygūs ir vienas kitam yra lygūs; tad ir CA lygus yra CB; trys tad CA, AB, BC lygūs yra vienas kitam.

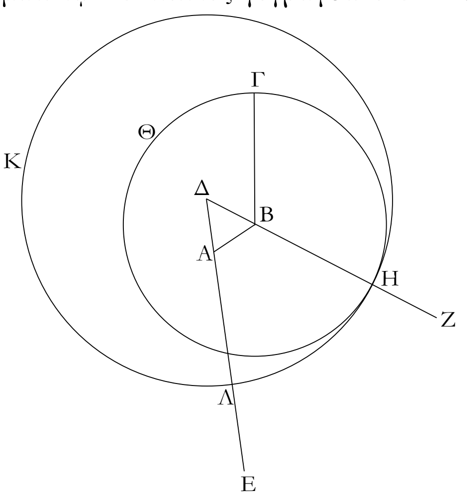
Lygiakraštis tad yra trikampis ABC. Ir sudarytas ant duotos baigtinės tiesės AB; kaip tik, ką reikėjo padaryti.

β′.

Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ Α, ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΒΓ· δεῖ δὴ πρὸς τῷ Α σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Ἐπεζεύχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Α σημείου ἐπί τὸ Β σημεῖον εὐθεῖα ἡ ΑΒ, καὶ συνεστάτω ἐπ᾽ αὐτῆς τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΔΑΒ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπ᾽ εὐθείας ταῖς ΔΑ, ΔΒ εὐθεῖαι αἱ ΑΕ, ΒΖ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Β διαστήματι δὲ τῷ ΒΓ κύκλος γεγράφθω ὁ ΓΗΘ, καὶ πάλιν κέντρῳ τῷ Δ καὶ διαστήματι τῷ ΔΗ κύκλος γεγράφθω ὁ ΗΚΛ.



Ἐπεὶ οὖν τὸ Β σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΗΘ, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ. πάλιν, ἐπεὶ τὸ Δ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΗΚΛ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΔΛ τῇ ΔΗ, ὧν ἡ ΔΑ τῇ ΔΒ ἴση ἐστίν. λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΛ λοιπῇ τῇ ΒΗ ἐστιν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΒΗ ἴση· ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΛ, ΒΓ τῇ ΒΗ ἐστιν ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ ἡ ΑΛ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση.

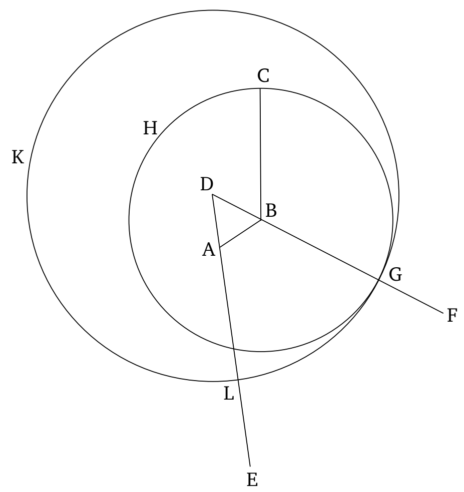
Πρὸς ἄρα τῷ δοθέντι σημείῳ τῷ Α τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ

2.

Prie duoto taško duotai tiesei lygią tiesę atidėti.

Tebūnie A duotasis taškas, o BC duotoji tiesė; reikia tad prie taško A duotajai tiesei BC lygią tiesę atidėti.

Tebus dabar nutiesta iš taško A į tašką B tiesė AB, ir sudarytas ant jos lygiakraštis trikampis DAB, ir ištęstos nuo tiesių DA, DB tiesės AE ir BF, ir iš vidurio B spinduliu BC skritulys CGH nubrėžtas, ir vėlgi, iš vidurio D spinduliu DG skritulys GKL nubrėžtas.



Kadangi tad taškas B yra skritulio CGH vidurys, BC lygi yra BG. Vėlgi, kadangi taškas D yra skritulio GKL vidurys, DL yra lygi DG, kurių DA lygi yra DB. Liekama tad AL liekamai BG yra lygi. Bet įrodyta ir BC lygi BG; abeja tad AL, BC lygi yra BG. O tam pačiam lygūs ir vienas kitam lygūs yra; taigi ir AL lygi BC.

Prie duoto taško A duotai tiesei BC lygi tiesė AL

τῇ ΒΓ ἴση εὐθεῖα κεῖται ἡ ΑΛ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

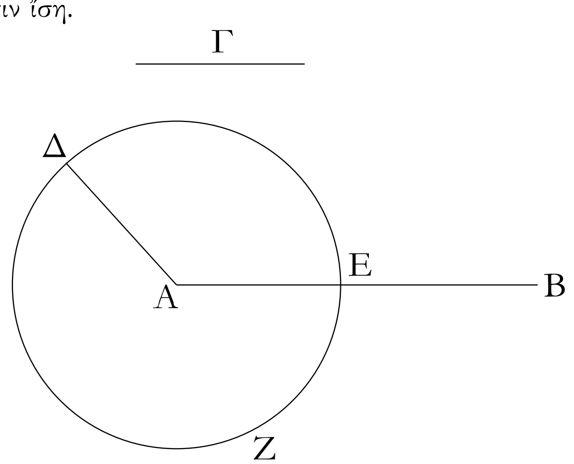
γʹ.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ ΑΒ, Γ, ὧν μείζων ἔστω ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΒ τῇ ἐλάσσονι τῇ Γ ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Κείσθω πρὸς τῷ Α σημείῳ τῇ Γ εὐθείᾳ ἴση ἡ ΑΔ· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Α διαστήματι δὲ τῷ ΑΔ κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΕΖ.

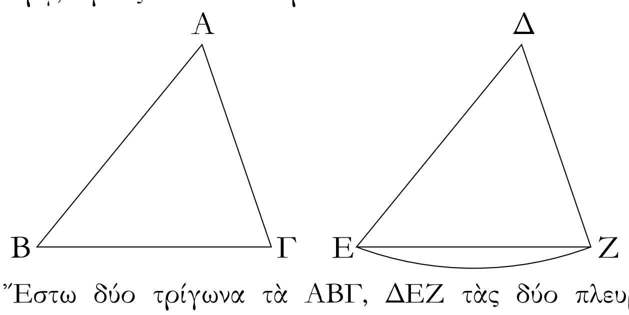
Καὶ ἐπεὶ τὸ Α σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΕΖ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΕ τῇ ΑΔ· ἀλλὰ καὶ ἡ Γ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση. ἑκατέρα ἄρα τῶν ΑΕ, Γ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΑΕ τῇ Γ ἐστιν ἴση.



Δύο ἄρα δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων τῶν ΑΒ, Γ ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΒ τῇ ἐλάσσονι τῇ Γ ἴση ἀφῄρηται ἡ ΑΕ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

δʹ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.



Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς

atidėta; kaip tik, ką reikėjo padaryti.

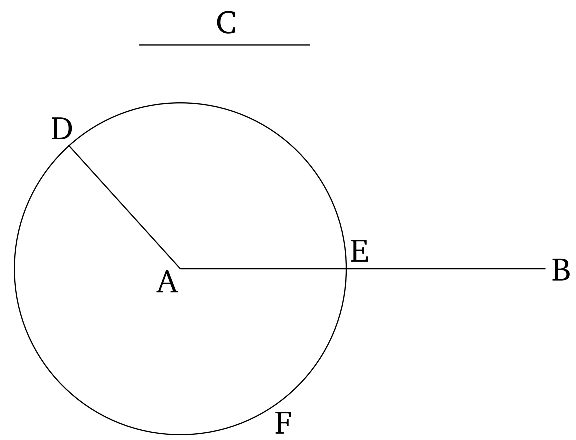
3.

Dviem duotom nelygiom tiesėm iš didesnės mažesniajai lygią atskirti.

Tebūnie AB, C dvi duotos tiesiės, kurių didesnioji tebus AB; reikia tad iš didesnės AB mažesniajai C lygią atskirti.

Tebus atidėta prie taško A tiesei C lygi AD; ir iš vidurio A spinduliu AD tebus skritulys nubrėžtas DEF.

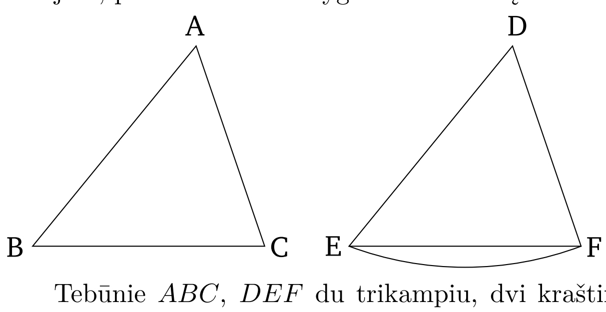
Ir kadangi taškas A yra skritulio DEF vidurys, AE lygi yra AD; tačiau ir C yra lygi AD. Abeja tad AE, C lygi yra AD; taigi ir AE lygi yra C.



Dviem tad duotom nelygiom tiesėm AB, C iš didesnės AB mažesniajai C lygi AE atskirta; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

4.

Jei du trikampiu dvi kraštini dviem kraštinėm abeją abejai lygias turėtų ir kampą kampui lygų turėtų, tąjį lygių tiesių aprėpiamą, tai ir pagrindą pagrindui lygų turės, ir trikampis trikampiui lygus bus, ir likę kampai likusiems kampams lygūs bus abejas abejam, prieš kuriuos tos lygios kraštinės tįsi.



Tebūnie ABC, DEF du trikampiu, dvi kraštini τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ καὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴσην. λέγω, ὅτι καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ.

Ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν Α σημείου ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον τῆς δὲ ΑΒ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΔΕ, ἐφαρμόσει καὶ τὸ Β σημεῖον ἐπὶ τὸ Ε διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΑΒ τῇ ΔΕ· ἐφαρμοσάσης δὴ τῆς ΑΒ ἐπὶ τὴν ΔΕ ἐφαρμόσει καὶ ἡ ΑΓ εὐθεῖα ἐπὶ τὴν ΔΖ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· ὥστε καὶ τὸ Γ σημεῖον ἐπὶ τὸ Ζ σημεῖον ἐφαρμόσει διὰ τὸ ἴσην πάλιν εἶναι τὴν ΑΓ τῇ ΔΖ. ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ Β ἐπὶ τὸ Ε ἐφηρμόκει· ὥστε βάσις ἡ ΒΓ ἐπὶ βάσιν τὴν ΕΖ ἐφαρμόσει. εἰ γὰρ τοῦ μὲν Β ἐπὶ τὸ Ε ἐφαρμόσαντος τοῦ δὲ Γ ἐπὶ τὸ Ζ ἡ ΒΓ βάσις ἐπὶ τὴν ΕΖ οὐκ ἐφαρμόσει, δύο εὐθεῖαι χωρίον περιέξουσιν· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ἐφαρμόσει ἄρα ἡ ΒΓ βάσις ἐπὶ τὴν ΕΖ καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται· ὥστε καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἐπὶ ὅλον τὸ ΔΕΖ τρίγωνον ἐφαρμόσει καὶ ἴσον αὐτῷ ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ἐπὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ἐφαρμόσουσι καὶ ἴσαι αὐταῖς ἔσονται, ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἡ δὲ ὑπὸ ΑΓΒ τῇ ὑπὸ ΔΖΕ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

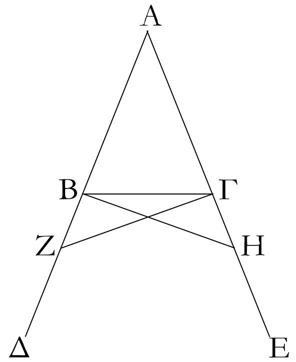
AB, AC dviem kraštinėm DE, DF lygias turį abeją abejai: AB – DE, o AC – DF; ir kampą BAC kampui EDF lygų. Teigiu, kad pagrindas BC pagrindui EF lygus yra, ir trikampis ABC trikampiui DEF lygus bus, ir likusieji kampai likusiems kampams lygūs bus abejas abejam, prieš kuriuos lygios kraštinės tįsi: ABC – DEF, o ACB – DFE.

Sutapdinus mat trikampį ABC su trikampiu DEF ir padėjus tašką A ant taško D, o tiesę AB ant DE, sutaps ir taškas B su E dėl AB lygybės DE; sutapus jau AB su DE, sutaps ir tiesė AC su DF dėl kampo BAC lygybės EDF; taigi ir taškas C su tašku F sutaps vėlgi dėl AC lygybės DF. Tačiau gi ir B su E sutapęs; taigi pagrindas BC su pagrindu EF sutaps. Jei mat B su E sutapus, bei C su F, pagrindas BC su EF nesutaps, dvi tiesi plotą aprėps; būtent, kas neįmanoma. Sutaps tad pagrindas BC su EF ir lygus jam bus; taigi ir visas trikampis ABC su visu trikampiu DEF sutaps ir lygus jam bus, ir likusieji kampai su likusiais kampais sutaps ir lygūs jiems bus: ABC – DEF, o ACB – DFE.

Jei tad du trikampiu dvi kraštini dviem kraštinėm abeją abejai lygias turėtų ir kampą kampui lygų turėtų, tąjį lygių tiesių aprėpiamą, tai ir pagrindą pagrindui lygų turės, ir trikampis trikampiui lygus bus, ir likę kampai likusiems kampams lygūs bus abejas abejam, prieš kuriuos tos lygios kraštinės tįsi; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

ε΄.

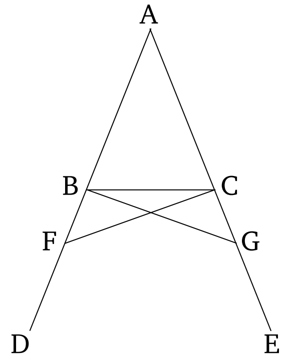
Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.



Ἔστω τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ ΑΒΓ ἴσην ἔχον τὴν ΑΒ πλευρὰν τῇ ΑΓ πλευρᾷ, καὶ προσεκβεβλήσθωσαν ἐπ᾽ εὐθείας

5.

Lygiašonių trikampių prie pagrindo esą kampai lygūs vienam kitam yra ir esant pratęstoms lygioms tiesėms, kampai po pagrindu lygūs vienas kitam bus.



Tebūnie ABC lygiašonis trikampis, turįs kraštinę AB lygią kraštinei AC, ir tebus pratęstos nuo tiesių ταῖς ΑΒ, ΑΓ εὐθεῖαι αἱ ΒΔ, ΓΕ· λέγω, ὅτι ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἴση ἐστίν, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΒΓΕ.

Εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τῆς ΒΔ τυχὸν σημεῖον τὸ Ζ, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΕ τῇ ἐλάσσονι τῇ ΑΖ ἴση ἡ ΑΗ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΖΓ, ΗΒ εὐθεῖαι.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΖ τῇ ΑΗ ἡ δὲ ΑΒ τῇ ΑΓ, δύο δὴ αἱ ΖΑ, ΑΓ δυσὶ ταῖς ΗΑ, ΑΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνίαν κοινὴν περιέχουσι τὴν ὑπὸ ΖΑΗ· βάσις ἄρα ἡ ΖΓ βάσει τῇ ΗΒ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΑΖΓ τρίγωνον τῷ ΑΗΒ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, ἡ μὲν ὑπὸ ΑΓΖ τῇ ὑπὸ ΑΒΗ, ἡ δὲ ὑπὸ ΑΖΓ τῇ ὑπὸ ΑΗΒ. καὶ ἐπεὶ ὅλη ἡ ΑΖ ὅλῃ τῇ ΑΗ ἐστιν ἴση, ὧν ἡ ΑΒ τῇ ΑΓ ἐστιν ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ΒΖ λοιπῇ τῇ ΓΗ ἐστιν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ΖΓ τῇ ΗΒ ἴση· δύο δὴ αἱ ΒΖ, ΖΓ δυσὶ ταῖς ΓΗ, ΗΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΖΓ γωνίᾳ τη ὑπὸ ΓΗΒ ἴση, καὶ βάσις αὐτῶν κοινὴ ἡ ΒΓ· καὶ τὸ ΒΖΓ ἄρα τρίγωνον τῷ ΓΗΒ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΖΒΓ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ ἡ δὲ ὑπὸ ΒΓΖ τῇ ὑπὸ ΓΒΗ. ἐπεὶ οὖν ὅλη ἡ ὑπὸ ΑΒΗ γωνία ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΓΖ γωνίᾳ ἐδείχθη ἴση, ὧν ἡ ὑπὸ ΓΒΗ τῇ ὑπὸ ΒΓΖ ἴση, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἐστιν ἴση· καί εἰσι πρὸς τῇ βάσει τοῦ ΑΒΓ τριγώνου. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΖΒΓ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ ἴση· καί εἰσιν ὑπὸ τὴν βάσιν.

Τῶν ἄρα ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ τρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

AB, AC tiesės BD, CE; teigiu, kad kampas ABC lygus kampui ACB, o CBD – BCE.

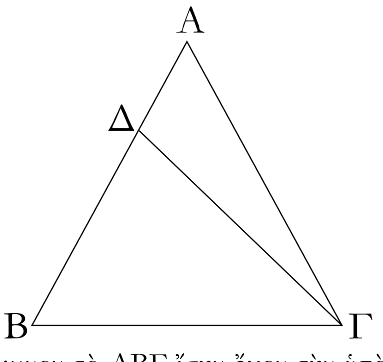
Tebus dabar ant BD bet kaip paimtas taškas F, ir tebus atskirta iš didesnės AE mažesnei AF lygi AG, ir tebus nutiestos tiesės FC, GB.

Tai kadangi AF lygi AG, o AB – AC, dvi FA, AC lygios dviem GA, AB abeja abejai; ir bendrą kampą FAG aprėpia; pagrindas tad FC pagrindui GB lygus yra, ir trikampis AFC trikampiui AGB lygus bus, ir likusieji kampai likusiems kampams lygūs bus abejas abejam, prieš kuriuos lygios tiesės tįsi: ACF – ABG, o AFC – AGB. Ir kadangi visa AF visai AG lygi, kurių AB lygi AC, liekama tad BF liekamai CG lygi yra. Bet įrodyta ir FC lygi GB; dvi tad BF, FC dviem CG, GB lygios yra abeja abejai; ir kampas BFC kampui CGB lygus, ir jų pagrindas BC bendras. Ir trikampis tad BFC trikampiui CGB lygus bus, ir likusieji kampai likusiems kampams lygūs bus abejas abejam, prieš kuriuos lygios kraštinės tįsi; FBC tad lygus GCB, o BCF – CBG. Tai kadangi visas kampas ABG visam kampui ACF įrodytas lygus, kurių CBG lygus BCF, liekamas tad ABC liekamam ACB yra lygus; ir yra prie trikampio ABC pagrindo. Bet įrodyta ir FBC lygus GCB; ir yra po pagrindu.

Lygiašonių tad trikampių prie pagrindo esą kampai lygūs vienas kitam yra, ir, esant pratęstoms lygioms tiesėms, kampai po pagrindu lygūs vienas kitam bus; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

ϛʹ.

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσιν, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

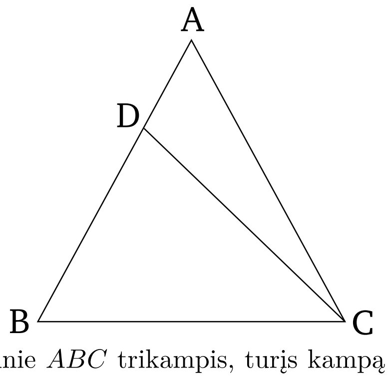


Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ ἴσην ἔχον τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῇ ὑπὸ ΑΓΒ γωνίᾳ· λέγω, ὅτι καὶ πλευρὰ ἡ ΑΒ πλευρᾷ τῇ ΑΓ ἐστιν ἴση.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΑΓ, ἡ ἑτέρα αὐτῶν μείζων

6.

Jei trikampio du kampu lygūs vienas kitam būtų, tai ir prieš lygius kampus tįsinčios tiesės lygios viena kitai bus.



Tebūnie ABC trikampis, turįs kampą ABC lygų kampui ACB; teigiu, kad ir kraštinė AB kraštinei AC yra lygi.

Jei mat AB nelygi AC, viena katra jų didesnė yra.

ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ΑΒ, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς μείζονος τῆς ΑΒ τῇ ἐλάττονι τῇ ΑΓ ἴση ἡ ΔΒ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΒ τῇ ΑΓ κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ, δύο δὴ αἱ ΔΒ, ΒΓ δύο ταῖς ΑΓ, ΓΒ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ ἐστιν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΔΓ βάσει τῇ ΑΒ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΓΒ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, τὸ ἔλασσον τῷ μείζονι· ὅπερ ἄτοπον· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΑΓ· ἴση ἄρα.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσιν, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

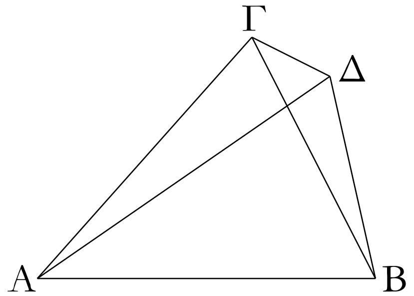
Tebus didesnė AB, ir tebus atskirta nuo didesnės AB mažesnei AC lygi DB, ir nutiesta DC.

Taigi, jei DB yra lygi AC, o BC bendra, tai dvi DB, BC dviem AC, CB lygios yra abeja abejai, ir kampas DBC kampui ACB lygus yra; pagrindas tad DC pagrindui AB yra lygus, ir trikampis DBC trikampiui ACB lygus bus, mažesnis didesniam; nebūta kaip tik; nėra tad AB nelygi AC; lygi tad.

Jei tad trikampio du kampu lygūs vienas kitam būtų, tai ir prieš lygius kampus tįsinčios tiesės lygios viena kitai bus; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

ζ′.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ οὐ συσταθήσονται πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.



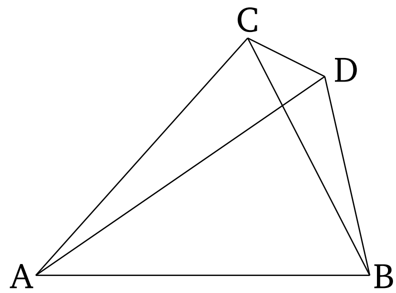
Εἰ γὰρ δυνατόν, ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῆς ΑΒ δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ταῖς ΑΓ, ΓΒ ἄλλαι δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΔ, ΔΒ ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ συνεστάτωσαν πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ τῷ τε Γ καὶ Δ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΓΑ τῇ ΔΑ τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαν αὐτῇ τὸ Α, τὴν δὲ ΓΒ τῇ ΔΒ τὸ αὐτὸ πέρας ἔχουσαν αὐτῇ τὸ Β, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΓΔ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΔ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῇ ὑπὸ ΑΔΓ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΔΓ τῆς ὑπὸ ΔΓΒ· πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΔΒ μείζων ἐστί τῆς ὑπὸ ΔΓΒ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΔΒ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΓΔΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΓΒ. ἐδείχθη δὲ αὐτῆς καὶ πολλῷ μείζων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

Οὐκ ἄρα ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ συσταθήσονται πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

7.

Ant tos pačios tiesės dviem tom pačiom tiesėm lygios kitos dvi tiesės abeja abejai nebus sustatytos prie vieno ir kito dar taško, toje pačioje pusėje, tuos pačius galus turinčios pradinėms tiesėms.



Jei mat galima, ant tos pačios tiesės AB dvi tom pačiom tiesėm AC, CB lygios abeja abejai kitos dvi tiesės AD, DB tebūnie sustatytos prie vieno ir kito dar taško C ir D toje pačioje pusėje, tuos pačius galus turinčios, šitaip tad CA lygiai esant DA ir kaip jos tą patį galą turint A, o CB lygiai DB ir kaip jos tą patį galą turint B, ir tebus nutiesta CD.

Taigi, kadangi AC yra lygi AD, tai ir kampas ACD lygus yra kampui ADC; didesnis tad ADC už DCB; CDB tad gerokai didesnis už DCB; vėlgi, kadangi CB lygi DB, lygus yra ir kampas CDB kampui DCB. Bet jis įrodytas gerokai didesnis; kaip tik yra neįmanoma.

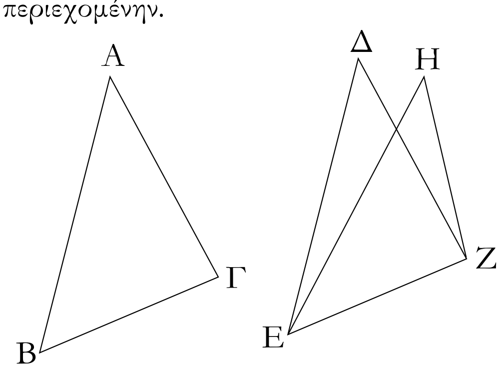
Nebus tad sustatytos ant tos pačios tiesės dviem tom pačiom tiesėm lygios kitos dvi tiesės abeja abejai prie vieno ir kito dar taško, toje pačioje pusėje, tuos pačius galus turinčios pradinėms tiesėms; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

η′.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων

8.

Jei du trikampiu dvi kraštini dviem kraštinėm lygias turėtų abeją abejai beigi pagrindą pagrindui lygų, tai ir kampą kampui lygų turės, tąjį lygių tiesių εὐθειῶν περιεχομένην.



Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ· ἐχέτω δὲ καὶ βάσιν τὴν ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ ἴσην· λέγω, ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἐστιν ἴση.

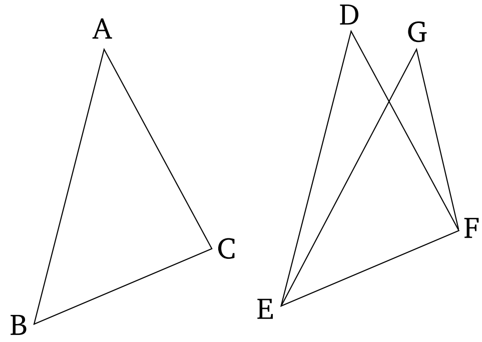
Ἐφαρμοζομένου γὰρ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐπὶ τὸ ΔΕΖ τρίγωνον καὶ τιθεμένου τοῦ μὲν Β σημείου ἐπὶ τὸ Ε σημεῖον τῆς δὲ ΒΓ εὐθείας ἐπὶ τὴν ΕΖ ἐφαρμόσει καὶ τὸ Γ σημεῖον ἐπὶ τὸ Ζ διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ· ἐφαρμοσάσης δὴ τῆς ΒΓ ἐπὶ τὴν ΕΖ ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ ΒΑ, ΓΑ ἐπὶ τὰς ΕΔ, ΔΖ. εἰ γὰρ βάσις μὲν ἡ ΒΓ ἐπὶ βάσιν τὴν ΕΖ ἐφαρμόσει, αἱ δὲ ΒΑ, ΑΓ πλευραὶ ἐπὶ τὰς ΕΔ, ΔΖ οὐκ ἐφαρμόσουσιν ἀλλὰ παραλλάξουσιν ὡς αἱ ΕΗ, ΗΖ, συσταθήσονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι ἑκατέρα ἑκατέρᾳ πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι. οὐ συνίστανται δέ· οὐκ ἄρα ἐφαρμοζομένης τῆς ΒΓ βάσεως ἐπὶ τὴν ΕΖ βάσιν οὐκ ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ ΒΑ, ΑΓ πλευραὶ ἐπὶ τὰς ΕΔ, ΔΖ. ἐφαρμόσουσιν ἄρα· ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ ἐπὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΔΖ ἐφαρμόσει καὶ ἴση αὐτῇ ἔσται.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

θ΄.

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν.

aprėpiamą.



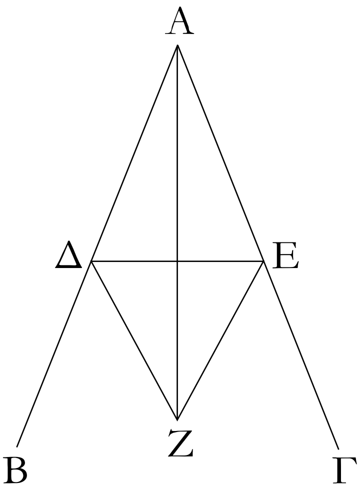
Tebūnie ABC, DEF du trikampiu, dvi kraštini AB, AC dviem kraštinėm DE, DF lygias turį abeją abejai: AB – DE, o AC – DF; teturi gi ir pagrindą BC pagrindui EF lygų; teigiu, kad ir kampas BAC kampui EDF lygus yra.

Sutapdinus juk trikampį ABC su trikampiu DEF ir padėjus tašką B ant taško E, o tiesę BC ant tiesės EF, sutaps ir taškas C su tašku F dėl BC ir EF lygybės; sutapus BC su EF, sutaps ir BA, CA su ED, DF. Jei mat pagrindas BC su pagrindu EF sutaps, o kraštinės BA, AC su ED, DF nesutaps, bet prasikeis kaip EG, GF, bus sustatytos ant tos pačios tiesės dviem tom pačiom tiesėm lygios kitos dvi tiesės abeja abejai prie vieno ir dar kito taško toje pačioje pusėje, tuos pačius galus turinčios; nesusistato gi; nebus tad, kad sutampant pagrindui BC su pagrindu EF, nesutaptų kraštinės BA, AC su ED, DF; sutaps tad; taigi, ir kampas BAC su kampu EDF sutaps ir jam lygus bus.

Jei tad du trikampiu dvi kraštini dviem kraštinėm lygias turėtų abeją abejai beigi pagrindą pagrindui lygų, tai ir kampą kampui lygų turės, tąjį lygių tiesių aprėpiamą; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

9.

Duotą tiesinį kampą pusiau perskirti.



Ἔστω ἡ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ ΒΑΓ. δεῖ δὴ αὐτὴν δίχα τεμεῖν.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΑΒ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς ΑΓ τῇ ΑΔ ἴση ἡ ΑΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ, καὶ συνεστάτω ἐπὶ τῆς ΔΕ τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΔΕΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΖ· λέγω, ὅτι ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΖ εὐθείας.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΑΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΖ, δύο δὴ αἱ ΔΑ, ΑΖ δυσὶ ταῖς ΕΑ, ΑΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. καὶ βάσις ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΕΖ ἴση ἐστίν· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΑΖ ἴση ἐστίν.

Ἡ ἄρα δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ ΒΑΓ δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΖ εὐθείας· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

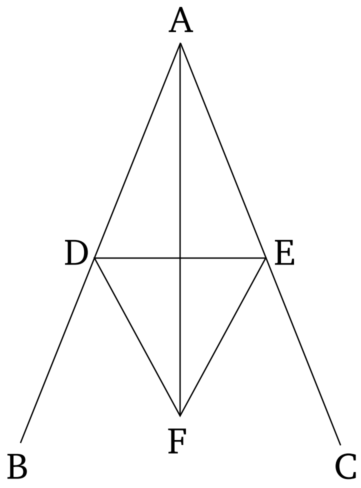
ι΄.

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ τὴν ΑΒ εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν.

Συνεστάτω ἐπ᾽ αὐτῆς τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΑΒΓ, καὶ τετμήσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ γωνία δίχα τῇ ΓΔ εὐθείᾳ· λέγω, ὅτι ἡ ΑΒ εὐθεῖα δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Δ σημεῖον.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΓΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΓΔ, δύο δὴ αἱ ΑΓ, ΓΔ δύο ταῖς ΒΓ, ΓΔ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση ἐστίν· βάσις ἄρα ἡ ΑΔ βάσει τῇ ΒΔ ἴση ἐστίν.



Tebūnie BAC duotasis tiesinis kampas. Reikia, va, jį pusiau perskirti.

Tebus bet kaip paimtas ant AB taškas D, ir tebus iš AC atskirta tiesei AD lygi AE, nutiesta DE, ir sudarytas ant DE lygiakraštis trikampis DEF, ir nutiesta AF; teigiu, kad kampas BAC skiriamas pusiau tiesės AF.

Kadangi mat AD lygi yra AE, o AF bendra, tai dvi DA, AF dviem EA, AF lygios yra abeja abejai. Ir pagrindas DF pagrindui EF lygus; kampas tad DAF kampui EAF yra lygus.

Duotas tad tiesinis kampas BAC pusiau skiriamas tiesės AF; kaip tik, ką reikėjo padaryti.

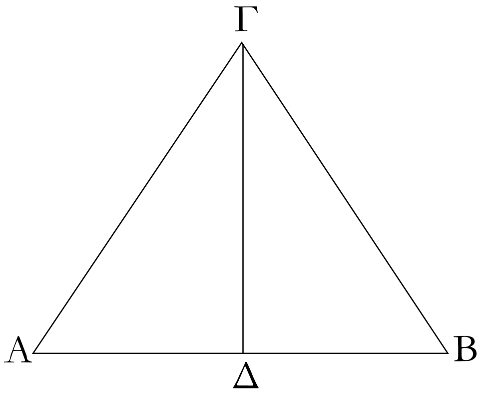
10.

Duotą baigtinę tiesę pusiau perskirti.

Tebūnie AB duotoji baigtinė tiesė; reikia, va, tą baigtinę tiesę AB pusiau perskirti.

Tebus sudarytas ant jos lygiakraštis trikampis ABC, ir tebus perskirtas kampas ACB pusiau tiese CD; teigiu, kad tiesė AB pusiau skiriama per tašką D.

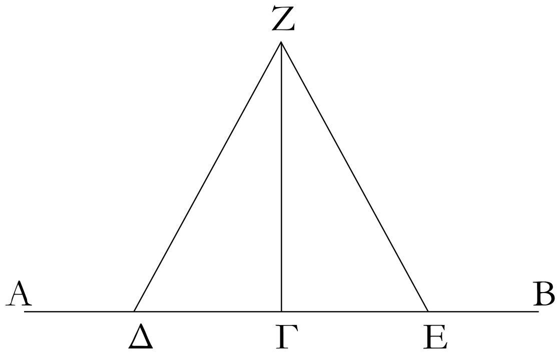
Kadangi mat AC yra lygi CB, o CD bendra, dvi tad AC, CD dviem BC, CD lygios yra abeja abejai; ir kampas ACD kampui BCD yra lygus; pagrindas tad AD pagrindui BD yra lygus.



Ἡ ἄρα δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ ΑΒ δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

ια΄.

Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

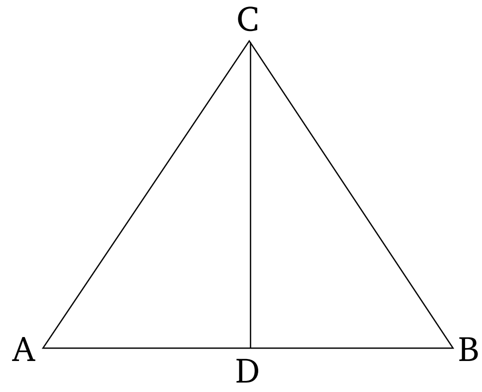


Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον ἐπ᾽ αὐτῆς τὸ Γ· δεῖ δὴ ἀπὸ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΑΓ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ κείσθω τῇ ΓΔ ἴση ἡ ΓΕ, καὶ συνεστάτω ἐπὶ τῆς ΔΕ τρίγωνον ἰσόπλευρον τὸ ΖΔΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ· λέγω, ὅτι τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου τοῦ Γ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΖΓ.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΓ τῇ ΓΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΓΖ, δύο δὴ αἱ ΔΓ, ΓΖ δυσὶ ταῖς ΕΓ, ΓΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΔΖ βάσει τῇ ΖΕ ἴση ἐστίν· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΓΖ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΓΖ ἴση ἐστίν· καί εἰσιν ἐφεξῆς. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν· ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΔΓΖ, ΖΓΕ.

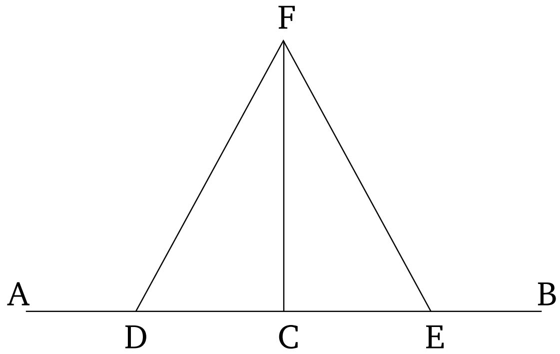
Τῇ ἄρα δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου τοῦ Γ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΓΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



Duota tad baigtinė tiesė AB pusiau skiriama per D; kaip tik, ką reikėjo padaryti.

11.

Duotai tiesei iš duoto ant jos taško stačiais kampais tiesę išvesti.



Tebūnie AB duotoji tiesė, o C duotasis taškas ant jos; reika, va, iš taško C tiesei AB stačiais kampais tiesę išvesti.

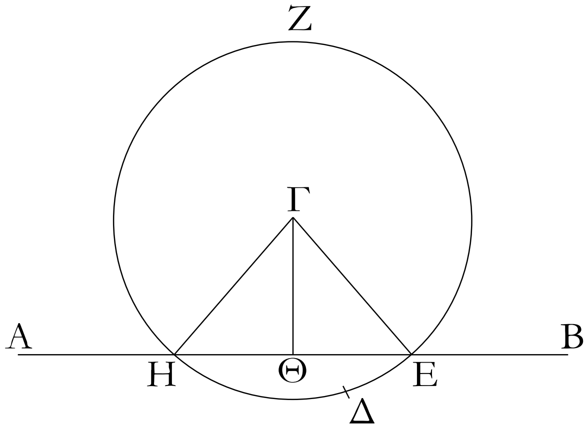
Tebus ant AC bet kaip paimtas taškas D, ir tebus atidėta CE, lygi CD, ir sudarytas ant DE lygiakraštis trikampis FDE, ir nutiesta FC; teigiu, kad duotajai tiesei AB iš duoto ant jos taško C stačiais kampais išvesta tiesė FC.

Kadangi mat DC yra lygi CE, o CF bendra, tai dvi DC, CF dviem EC, CF lygios yra abeja abejai; ir pagrindas DF lygus pagrindui FE; kampas tad DCF kampui ECF yra lygus; ir yra gretimi; o jei tiesė, ant tiesės pastatyta, gretimus kampus lygius sudaro, status yra abejas tų lygių kampų; status tad yra abejas DCF, FCE.

Duotai tad tiesei AB iš duoto ant jos taško C stačiais kampais išvesta tiesė CF; kaip tik, ką reikėjo padaryti.

ιβ΄.

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μή ἐστιν ἐπ᾽ αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.



Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἄπειρος ἡ ΑΒ τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον, ὃ μή ἐστιν ἐπ᾽ αὐτῆς, τὸ Γ· δεῖ δὴ ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν ΑΒ ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ, ὃ μή ἐστιν ἐπ᾽ αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

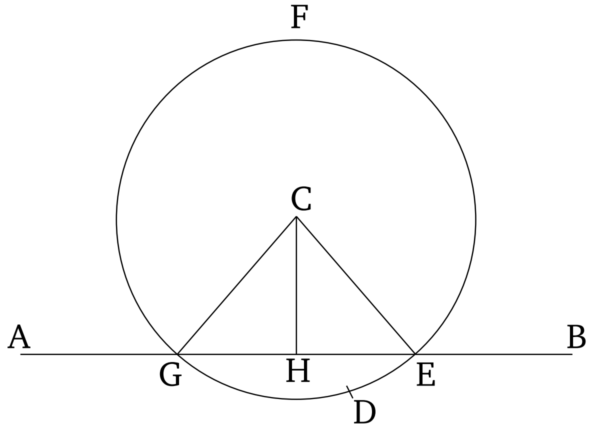
Εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη τῆς ΑΒ εὐθείας τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Γ διαστήματι δὲ τῷ ΓΔ κύκλος γεγράφθω ὁ ΕΖΗ, καὶ τετμήσθω ἡ ΕΗ εὐθεῖα δίχα κατὰ τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΓΗ, ΓΘ, ΓΕ εὐθεῖαι· λέγω, ὅτι ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν ΑΒ ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ, ὃ μή ἐστιν ἐπ᾽ αὐτῆς, κάθετος ἦκται ἡ ΓΘ.

Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΘΕ, κοινὴ δὲ ἡ ΘΓ, δύο δὴ αἱ ΗΘ, ΘΓ δύο ταῖς ΕΘ, ΘΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ βάσις ἡ ΓΗ βάσει τῇ ΓΕ ἐστιν ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΘΗ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΘΓ ἐστιν ἴση. καί εἰσιν ἐφεξῆς. ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστιν, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται ἐφ᾽ ἣν ἐφέστηκεν.

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν ἄπειρον τὴν ΑΒ ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τοῦ Γ, ὃ μή ἐστιν ἐπ᾽ αὐτῆς, κάθετος ἦκται ἡ ΓΘ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

12.

Ant duotos begalinės tiesės iš duoto taško, kuris nėra ant jos, statmeną tiesę išvesti.



Tebūnie AB duotoji begalinė tiesė, o C duotasis taškas, kuris nėra ant jos; reikia štai, ant duotos begalinės tiesės AB iš duoto taško C, kuris nėra ant jos, statmeną tiesę išvesti.

Tebus tad kitoje tiesės AB pusėje bet kaip paimtas taškas D, ir iš vidurio C spinduliu CD skritulys EFG tebus nubrėžtas, ir tiesė EG pusiau perskirta per H, ir nutiestos tiesės CG, CH, CE; teigiu, kad ant duotos begalinės tiesės AB iš duoto taško C, kuris nėra ant jos, išvestas statmuo CH.

Kadangi mat GH yra lygi HE, o HC bendra, tai dvi GH, HC dviem EH, HC lygios yra abeja abejai; ir pagrindas CG pagrindui CE yra lygus; kampas tad CHG kampui EHC lygus yra; ir yra gretimi. O jei tiesė, ant tiesės pastatyta, gretimus kampus lygius vieną kitam sudaro, status yra abejas tų lygių kampų, ir ta stačioji tiesė statmenimi vadinima tai, ant kurios stovi.

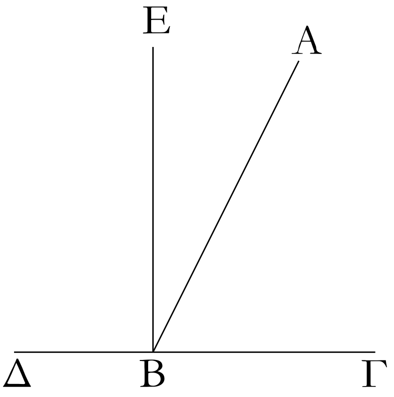
Ant duotos tad begalinės tiesės AB iš duoto taško C, kuris nėra ant jos, išvestas statmuo CH; kaip tik, ką reikėjo padaryti.

ιγ΄.

Ἐὰν εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.

13.

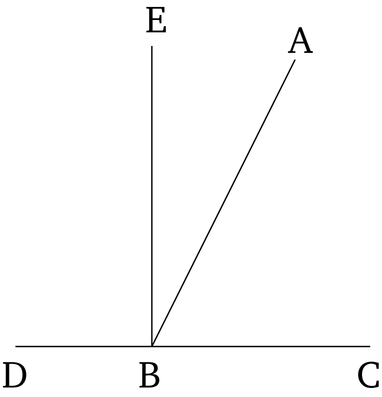
Jei tiesė, ant tiesės pastatyta, kampus sudarytų, tai arba du stačiu, arba dviem statiem lygius sudarys.



Εὐθεῖα γάρ τις ἡ ΑΒ ἐπ᾽ εὐθεῖαν τὴν ΓΔ σταθεῖσα γωνίας ποιείτω τὰς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ· λὲγω, ὅτι αἱ ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ γωνίαι ἤτοι δύο ὀρθαί εἰσιν ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι.

Εἰ μὲν οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΓΒΑ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ, δύο ὀρθαί εἰσιν. εἰ δὲ οὔ, ἤχθω ἀπὸ τοῦ Β σημείου τῇ ΓΔ [εὐθείᾳ] πρὸς ὀρθὰς ἡ ΒΕ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ δύο ὀρθαί εἰσιν· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΓΒΕ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΕ ἴση ἐστίν, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΕΒΔ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΕ, ΕΒΔ ἴσαι εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΑ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΔΒΕ, ΕΒΑ ἴση ἐστίν, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΓ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΔΒΑ, ΑΒΓ τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΔΒΕ, ΕΒΑ, ΑΒΓ ἴσαι εἰσίν. ἐδείχθησαν δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ τρισὶ ταῖς αὐταῖς ἴσαι· τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα· καὶ αἱ ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ ἄρα ταῖς ὑπὸ ΔΒΑ, ΑΒΓ ἴσαι εἰσίν· ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΓΒΕ, ΕΒΔ δύο ὀρθαί εἰσιν· καὶ αἱ ὑπὸ ΔΒΑ, ΑΒΓ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἐὰν ἄρα εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Kuri nors tad tiesė AB, ant tiesės CD pastatyta, tesudaro CBA, ABD; teigiu, kad kampai CBA, ABD arba abu statūs, arba dviem statiem lygūs.

Jei mat CBA lygus yra ABD, abu statūs yra. O jei ne, tebus [tiesei] CD iš taško B stačiais kampais išvesta BE; tada CBE, EBD abu statūs; ir kadangi CBE dviem CBA, ABE lygus yra, tebus pridėtas bendras EBD; taigi, CBE, EBD yra lygūs trims CBA, ABE, EBD. Vėlgi, kadangi DBA dviem DBE, EBA yra lygus, bendras tebus pridėtas ABC; tada DBA, ABC trims DBE, EBA, ABC yra lygūs. Bet įrodyta ir CBE, EBD trims tiems patiems lygūs; o tam pačiam lygūs ir vienas kitam yra lygūs; taigi, ir CBE, EBD lygūs yra DBA, ABC; tačiau CBE, EBD du statūs yra; ir DBA, ABC tad dviem statiem yra lygūs.

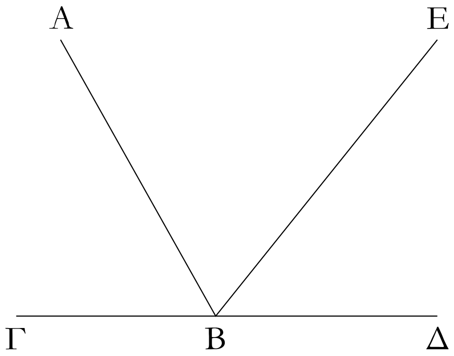
Jei tad tiesė, ant tiesės pastatyta, kampus sudarytų, tai arba du stačiu, arba dviem statiem lygius sudarys; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

ιδ΄.

Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ᾽ εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

14.

Jei prie kurios tiesės, prie taško ant jos, dvi tiesi, ne toje pačioje pusėje gulį, gretimus kampus dviem statiem lygius sudarytų, tai tos tiesės viena su kita ant tiesės bus.

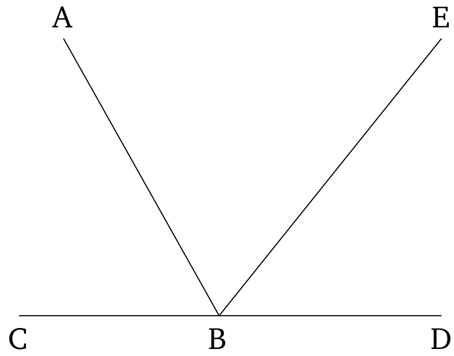


Πρὸς γάρ τινι εὐθείᾳ τῇ ΑΒ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Β δύο εὐθεῖαι αἱ ΒΓ, ΒΔ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΒΔ δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιείτωσαν· λέγω, ὅτι ἐπ᾽ εὐθείας ἐστὶ τῇ ΓΒ ἡ ΒΔ.

Εἰ γὰρ μή ἐστι τῇ ΒΓ ἐπ᾽ εὐθείας ἡ ΒΔ, ἔστω τῇ ΓΒ ἐπ᾽ εὐθείας ἡ ΒΕ.

Ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ ΑΒ ἐπ᾽ εὐθεῖαν τὴν ΓΒΕ ἐφέστηκεν, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΒΕ γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΑΒΔ δύο ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΕ ταῖς ὑπὸ ΓΒΑ, ΑΒΔ ἴσαι εἰσίν. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΓΒΑ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΕ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ ἐστιν ἴση, ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐπ᾽ εὐθείας ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΓΒ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ ἄλλη τις πλὴν τῆς ΒΔ· ἐπ᾽ εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΒ τῇ ΒΔ.

Ἐὰν ἄρα πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ᾽ εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Prie kurios nors štai tiesės AB, prie taško ant jos B, dvi tiesi BC, BD, ne toje pačioje pusėje gulį, gretimus kampus ABC, ABD dviem statiem lygius tesudaro; teigiu, kad ant tiesės yra CB su BD.

Jei mat nėra ant tiesės BC su BD, tebus ant tiesės CB su BE.

Tai kadangi AB ant tiesės CBE pastatyta, kampai tad ABC, ABE dviem statiem lygūs yra; bet ir kampai ABC, ABD dviem statiem lygūs; todėl CBA, ABE lygūs CBA, ABD. Bendras tebus atimtas CBA; liekamas tad ABE liekamam ABD lygus yra – mažesnis didesniam; kaip tik, kas neįmanoma. Nėra tad ant tiesės BE su CB. Panašiai gi įrodysime, kad nei bet kuri kita, išskyrus BD; ant tiesės tad yra CB su BD.

Jei tad prie kurios tiesės, prie taško ant jos, dvi tiesi, ne toje pačioje pusėje gulį, gretimus kampus dviem statiem lygius sudarytų, tai tos tiesės viena su kita ant tiesės bus; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

ιε΄.

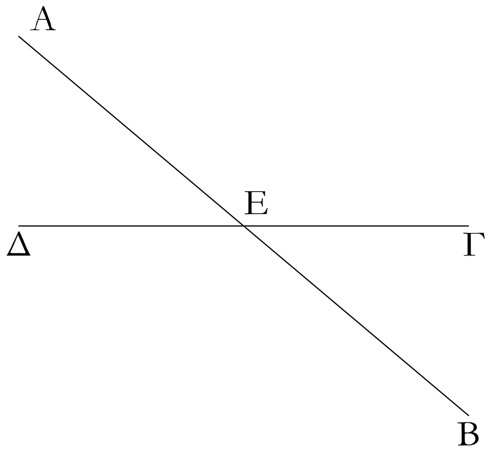
Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν.

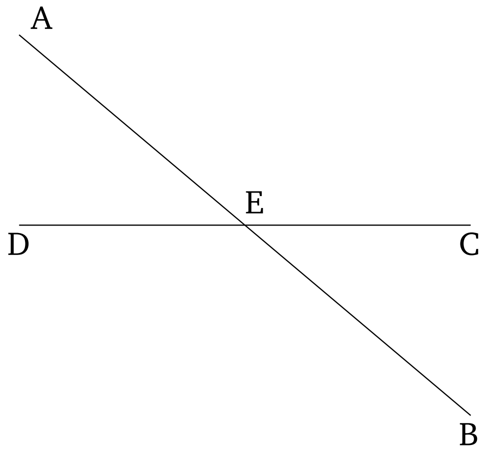
Δύο γὰρ εὐθεῖαι αἱ ΑΒ, ΓΔ τεμνέτωσαν ἀλλήλας κατὰ τὸ Ε σημεῖον· λέγω, ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΕΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΕΒ, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΕΒ τῇ ὑπὸ ΑΕΔ.

15.

Jei dvi tiesi kerta viena kitą, tai per viršūnę esančius (kryžminius) kampus lygius sudaro.

Tegu štai dvi tiesi AB, CD kerta viena kitą per tašką E; teigiu, kad kampas AEC lygus kampui DEB, o CEB – AED.





Ἐπεὶ γὰρ εὐθεῖα ἡ ΑΕ ἐπ᾿ εὐθεῖαν τὴν ΓΔ ἐφέστηκε γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ ΓΕΑ, ΑΕΔ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΕΑ, ΑΕΔ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ εὐθεῖα ἡ ΔΕ ἐπ᾿ εὐθεῖαν τὴν ΑΒ ἐφέστηκε γωνίας ποιοῦσα τὰς ὑπὸ ΑΕΔ, ΔΕΒ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΕΔ, ΔΕΒ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἐδείχθησαν δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΓΕΑ, ΑΕΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι· αἱ ἄρα ὑπὸ ΓΕΑ, ΑΕΔ ταῖς ὑπὸ ΑΕΔ, ΔΕΒ ἴσαι εἰσίν. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΑΕΔ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΓΕΑ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΒΕΔ ἴση ἐστίν· ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ ΓΕΒ, ΔΕΑ ἴσαι εἰσίν.

Ἐὰν ἄρα δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Kadangi mat tiesė AE ant tiesės CD stovi sudarydama kampus CEA, AED, tai kampai CEA, AED dviem statiem lygūs yra. Vėlgi, kadangi tiesė DE ant tiesės AB stovi sudarydama kampus AED, DEB, tai kampai AED, DEB dviem statiem yra lygūs; bet įrodyta ir CEA, AED dviem statiem lygūs; CEA, AED tad yra lygūs AED, DEB. Bendras tebus atimtas AED; liekamas tad CEA liekamam BED lygus yra; panašiai gi bus įrodyta, kad ir CEB, DEA yra lygūs.

Jei tad dvi tiesi kerta viena kitą, tai per viršūnę esančius (kryžminius) kampus lygius sudaro.

ιϛ΄.

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνιῶν μείζων ἐστίν.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ προσεκβεβλήσθω αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ· λὲγω, ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ μείζων ἐστὶν ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῶν ὑπὸ ΓΒΑ, ΒΑΓ γωνιῶν.

Τετμήσθω ἡ ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Ε, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΒΕ ἐκβεβλήσθω ἐπ᾿ εὐθείας ἐπὶ τὸ Ζ, καὶ κείσθω τῇ ΒΕ ἴση ἡ ΕΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΓ, καὶ διήχθω ἡ ΑΓ ἐπὶ τὸ Η.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΕ τῇ ΕΓ, ἡ δὲ ΒΕ τῇ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΑΕ, ΕΒ δυσὶ ταῖς ΓΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΒ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΕΓ ἴση ἐστίν· κατὰ κορυφὴν γάρ· βάσις ἄρα ἡ ΑΒ βάσει τῇ ΖΓ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΖΕΓ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾿ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΕ τῇ ὑπὸ ΕΓΖ. μείζων δέ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΕΓΔ τῆς ὑπὸ ΕΓΖ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΔ τῆς ὑπὸ ΒΑΕ. Ὁμοίως δὴ τῆς ΒΓ τετμημένης δίχα δειχθήσεται καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΗ, τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΑΓΔ, μείζων καὶ τῆς ὑπὸ ΑΒΓ.

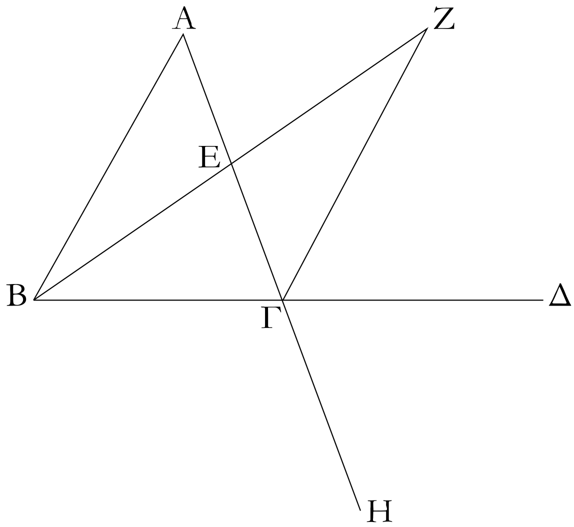
16.

Bet kurio trikampio vienai kraštinių esant pratęstai, išorinis kampas didesnis yra už abeją vidinių priešingų kampų.

Tebūnie ABC trikampis, ir tebus viena jo kraštinė BC pratęsta iki D; teigiu, kad išorinis kampas ACD didesnis už abeją vidinių priešingų kampų CBA, BAC.

Tebus AC pusiau perskirta per E, ir nutiesta BE tebus pratęsta tiese iki F, ir atidėta EF, lygi BE, ir tebus nutiesta FC, ir AC nuvesta iki G.

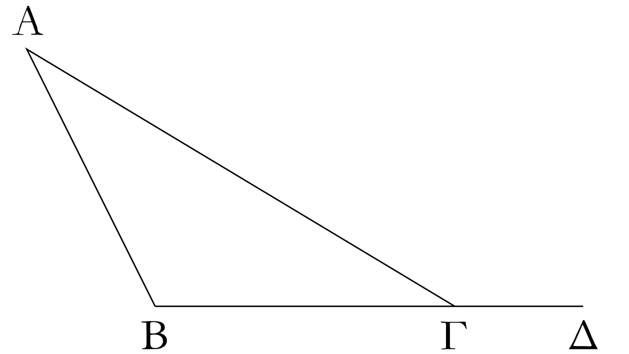
Taigi, kadangi AE lygi yra EC, o BE – EF, tai dvi AE, EB dviem CE, EF lygios yra abeja abejai; ir kampas AEB kampui FEC yra lygus; per viršūnę mat (kryžminiai); pagrindas tad AB pagrindui FC lygus yra, ir trikampis ABE trikampiui FEC lygus, ir likusieji kampai likusiems kampams lygūs yra abejas abejam, prieš kuriuos lygios kraštinės tįsi; BAE tad lygus ECF. Betgi ECD didesnis už ECF; didesnis tad ACD už BAE. Panašiai gi, BC perskirtai pusiau, bus įrodyta ir BCG, tai yra ACD, didesnis ir už ABC.



Παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνιῶν μείζων ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ιζ΄.

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῇ μεταλαμβανόμεναι.

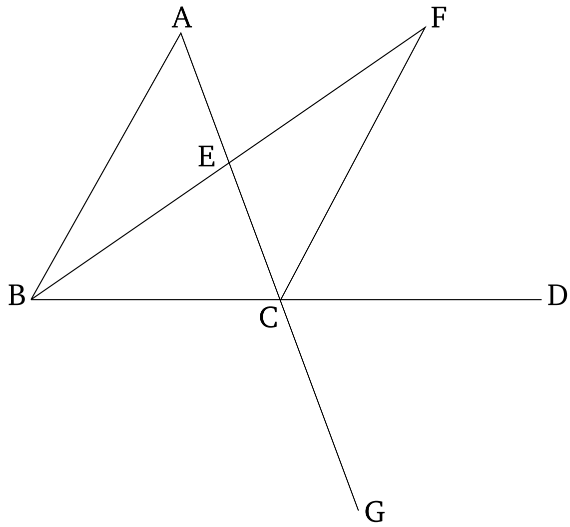


Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· λέγω, ὅτι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάττονές εἰσι πάντη μεταλαμβανόμεναι.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ.

Καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ ἐκτός ἐστι γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ, μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῆς ὑπὸ ΑΒΓ. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ τῶν ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ μείζονές εἰσιν. ἀλλ᾽ αἱ ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΓΒ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι καὶ ἔτι αἱ ὑπὸ ΓΑΒ, ΑΒΓ.

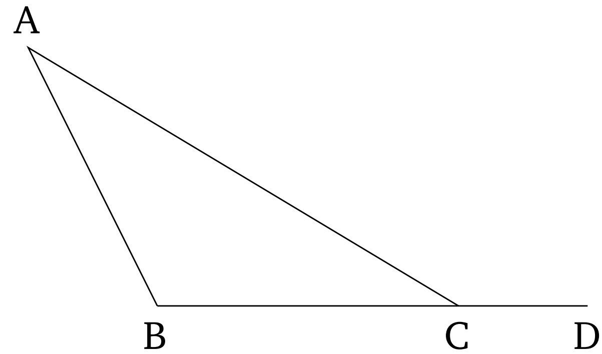
Παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῇ μεταλαμβανόμεναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Bet kurio tad trikampio vienai kraštinių esant pratęstai, išorinis kampas didesnis yra už abeją vidinių priešingų kampų; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

17.

Bet kurio trikampio du kampu už du stačiu yra mažesni, kad ir kaip imami.



Tebūnie ABC trikampis; teigiu, kad trikampio ABC du kampu už du stačiu mažesni yra, kad ir kaip imami.

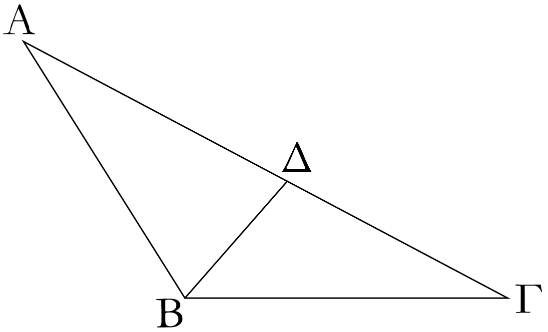
Taigi, tebus BC pratęsta iki D.

Ir kadangi ACD yra trikampio ABC išorinis kampas, tai didesnis yra už vidinį priešingą ABC. Bendras tebus pridėtas ACB; taigi, ACD, ACB už ABC, BCA yra didesni. Tačiau ACD, ACB dviem statiem lygūs; todėl ABC, BCA už du stačiu mažesni. Panašiai gi įrodysime, kad ir BAC, ACB už du stačiu mažesni, ir dar CAB, ABC.

Bet kurio tad trikampio du kampu už du stačiu yra mažesni, kad ir kaip imami; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

ιη΄.

Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.



Ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ μείζονα ἔχον τὴν ΑΓ πλευρὰν τῆς ΑΒ· λέγω, ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΓΑ·

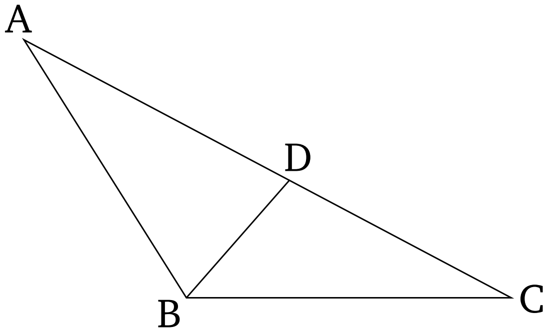
Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ, κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΒΔ.

Καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ ΒΓΔ ἐκτός ἐστι γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΒ, μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῆς ὑπὸ ΔΓΒ· ἴση δὲ ἡ ὑπὸ ΑΔΒ τῇ ὑπὸ ΑΒΔ, ἐπεὶ καὶ πλευρὰ ἡ ΑΒ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση· μείζων ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΔ τῆς ὑπὸ ΑΓΒ· πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΑΓΒ.

Παντὸς ἄρα τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

18.

Bet kurio trikampio didesnė kraštinė prieš didesnį kampą tįsi.



Tebūnie ABC trikampis, didesnę turįs kraštinę AC už AB; teigiu, kad ir kampas ABC yra didesnis už BCA.

Tai kadangi AC didesnė už AB, tebus atidėta AD, lygi AB, ir nutiesta BD.

Ir kadangi ADB yra trikampio BCD išorinis kampas, tai yra didesnis už vidinį priešingą DCB; bet ADB yra lygus ABD, nes ir kraštinė AB lygi AD; didesnis tad ir ABD už ACB; gerokai tad ABC yra didesnis už ACB.

Bet kurio tad trikampio didesnė kraštinė prieš didesnį kampą tįsi; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

ιθ΄.

Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.

Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ ΑΒΓ γωνίαν τῆς ὑπὸ ΒΓΑ· λέγω, ὅτι καὶ πλευρὰ ἡ ΑΓ πλευρᾶς τῆς ΑΒ μείζων ἐστίν.

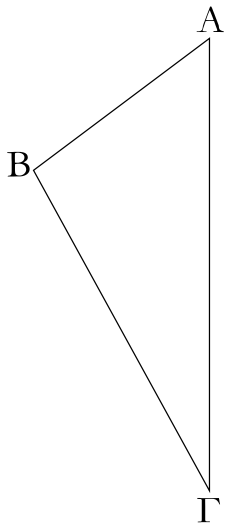
Εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ ἢ ἐλάσσων· ἴση μὲν οὖν οὐκ ἔστιν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ· ἴση γὰρ ἂν ἦν καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΑΒ. οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ· ἐλάσσων γὰρ ἂν ἦν καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ τῆς ὑπὸ ΑΓΒ· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἴση ἐστίν. μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆς ΑΒ.

19.

Prieš bet kurio trikampio didesnį kampą didesnė kraštinė tįsi.

Tebūnie ABC trikampis, turįs kampą ABC, didesnį už BCA; teigiu, kad ir kraštinė AC už kraštinę AB yra didesnė.

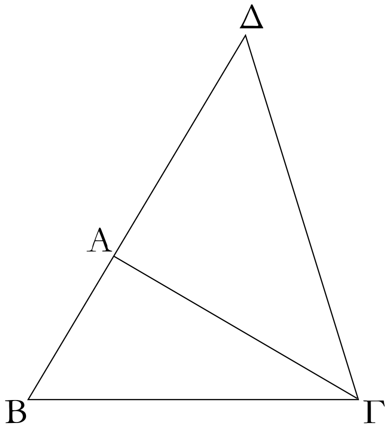
Jei mat ne, tai AC arba lygi AB, arba mažesnė; AC lygi AB tai jau nėra; būtų mat ir kampas ABC lygus ACB; betgi nėra; nėra tad AC lygi AB. Nėra AC nei mažesnė už AB; mažesnis juk būtų ir kampas ABC už ACB; betgi nėra; nėra tad mažesnė AC už AB. Bet įrodyta, kad ir nelygi. Didesnė tad yra AC už AB.



Παντὸς ἄρα τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κʹ.

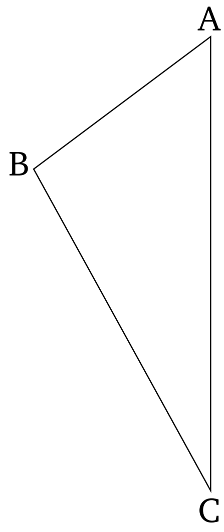
Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.



Ἔστω γὰρ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ· λέγω, ὅτι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, αἱ μὲν ΒΑ, ΑΓ τῆς ΒΓ, αἱ δὲ ΑΒ, ΒΓ τῆς ΑΓ, αἱ δὲ ΒΓ, ΓΑ τῆς ΑΒ.

Διήχθω γὰρ ἡ ΒΑ ἐπὶ τὸ Δ σημεῖον, καὶ κείσθω τῇ ΓΑ ἴση ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ.

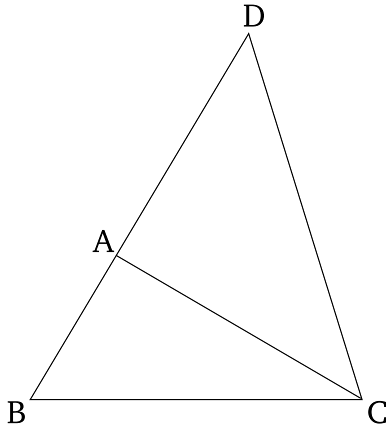
Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΓ, ἴση ἐστὶ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΔΓ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΓΔ τῆς ὑπὸ ΑΔΓ· καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΔΓΒ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΓΔ γωνίαν τῆς ὑπὸ ΒΔΓ, ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει, ἡ ΔΒ ἄρα τῆς ΒΓ ἐστι μείζων. ἴση δὲ ἡ ΔΑ τῇ ΑΓ· μείζονες ἄρα αἱ ΒΑ, ΑΓ τῆς ΒΓ· ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι καὶ αἱ μὲν ΑΒ, ΒΓ τῆς ΓΑ μείζονές εἰσιν, αἱ δὲ ΒΓ, ΓΑ τῆς ΑΒ.



Prieš bet kurio tad trikampio didesnį kampą didesnė kraštinė tįsi; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

20.

Bet kurio trikampio dvi kraštini už likusią didesnės yra, kad ir kaip imamos.



Taigi, tebūnie ABC trikampis; teigiu, kad trikampio ABC dvi kraštini už likusią didesnės yra, kad ir kaip imamos: BA, AC už BC, o AB, BC už AC, o BC, CA už AB.

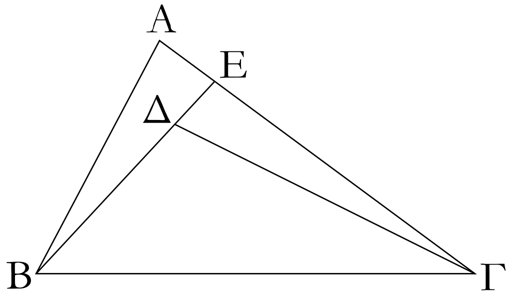
Tebus dabar BA nuvesta iki taško D, ir tebus atidėta AD, lygi CA, ir nutiesta DC.

Tai kadangi DA lygi AC, todėl ir kampas ADC yra lygus ACD; didesnis tad BCD už ADC; ir kadangi DCB yra trikampis, turįs kampą BCD, didesnį už BDC, o prieš didesnį kampą didesnė kraštinė tįsi, DB tad yra už BC didesnė. Betgi DA lygi AC; didesnės tad BA, AC už BC; panašiai gi įrodysime, kad ir AB, BC didesnės yra už CA, o BC, CA už AB.

Παντὸς ἄρα τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κα′.

Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσιν.



Τριγώνου γὰρ τοῦ ΑΒΓ ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν τῆς ΒΓ ἀπὸ τῶν περάτων τῶν Β, Γ δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συνεστάτωσαν αἱ ΒΔ, ΔΓ· λέγω, ὅτι αἱ ΒΔ, ΔΓ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τῶν ΒΑ, ΑΓ ἐλάσσονες μέν εἰσιν, μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσι τὴν ὑπὸ ΒΔΓ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ.

Διήχθω γὰρ ἡ ΒΔ ἐπὶ τὸ Ε. καὶ ἐπεὶ παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσιν, τοῦ ΑΒΕ ἄρα τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ αἱ ΑΒ, ΑΕ τῆς ΒΕ μείζονές εἰσιν· κοινὴ προσκείσθω ἡ ΕΓ· αἱ ἄρα ΒΑ, ΑΓ τῶν ΒΕ, ΕΓ μείζονές εἰσιν. πάλιν, ἐπεὶ τοῦ ΓΕΔ τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ αἱ ΓΕ, ΕΔ τῆς ΓΔ μείζονές εἰσιν, κοινὴ προσκείσθω ἡ ΔΒ· αἱ ΓΕ, ΕΒ ἄρα τῶν ΓΔ, ΔΒ μείζονές εἰσιν. ἀλλὰ τῶν ΒΕ, ΕΓ μείζονες ἐδείχθησαν αἱ ΒΑ, ΑΓ· πολλῷ ἄρα αἱ ΒΑ, ΑΓ τῶν ΒΔ, ΔΓ μείζονές εἰσιν.

Πάλιν, ἐπεὶ παντὸς τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστίν, τοῦ ΓΔΕ ἄρα τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΒΔΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΓΕΔ. διὰ ταὐτὰ τοίνυν καὶ τοῦ ΑΒΕ τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΓΕΒ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ. ἀλλὰ τῆς ὑπὸ ΓΕΒ μείζων ἐδείχθη ἡ ὑπὸ ΒΔΓ· πολλῷ ἄρα ἡ ὑπὸ ΒΔΓ μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΒΑΓ.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μέν εἰσιν, μείζονα δὲ γωνίαν περιέχουσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

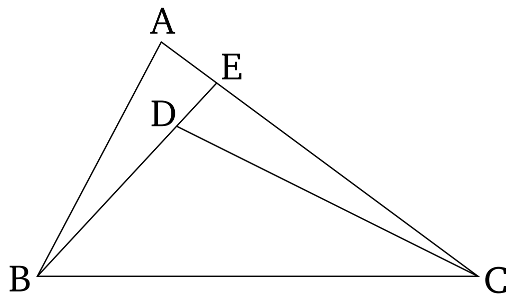
κβ′.

Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις [εὐθείαις], τρίγωνον συστήσασθαι· δεῖ δὲ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι πάντῃ μεταλαμβανομένας [διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι πάντῃ μεταλαμβανομένας].

Bet kurio tad trikampio dvi kraštini už likusią didesnės yra, kad ir kaip imamos; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

21.

Jei ant trikampio vienos kraštinių iš galų būtų dvi tiesi viduje sustatytos, tai sustatytosios už to trikampio likusias dvi kraštines mažesnės bus, o kampą didesnį aprėps.



Taigi, tebūnie ant trikampio ABC vienos kraštinių BC iš galų B, C sustatytos viduje dvi tiesi BD, DC; teigiu, kad BD, DC už likusias to trikampio dvi kraštines BA, AC mažesnės yra, o kampą BDC didesnį už BAC aprėpia.

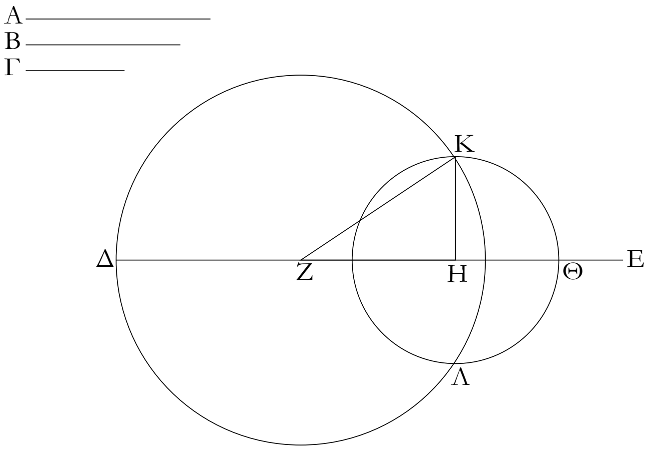
Tebus tad BD nuvesta iki E. Ir kadangi bet kurio trikampio dvi kraštini už likusią didesnės yra, tai trikampio ABE dvi kraštini AB, AE yra didesnės už BE; bendra tebus pridėta EC; BA, AC didesnės tad už BE, EC. Vėlgi, kadangi trikampio CED dvi kraštini CE, ED didesnės už CD, bendra tebus pridėta DB; CE, EB tad už CD, DB didesnės yra. Tačiau už BE, EC didesnės įrodytos BA, AC; gerokai tad BA, AC yra didesnės už BD, DC.

Ir vėl, kadangi bet kurio trikampio išorinis kampas už vidinį priešingą didesnis, tai trikampio CDE išorinis kampas BDC didesnis yra už CED. Dėl to tad ir trikampio ABE išorinis kampas CEB didesnis už BAC. Tačiau už CEB didesnis įrodytas BDC; gerokai tad BDC yra didesnis už BAC.

Jei tad ant trikampio vienos kraštinių iš galų būtų dvi tiesi viduje sustatytos, tai sustatytosios už to trikampio likusi dvi kraštini mažesnės bus, o kampą didesnį aprėps; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

22.

Iš trijų tiesių, kurios yra lygios trims duotoms [tiesėms], trikampį sudaryti; tik turi dvi už likusią didesnės būti, kad ir kaip imamos [dėl to, kad ir bet kurio trikampio dvi kraštini už likusią didesnės yra, kad ir kaip imamos].



Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι αἱ Α, Β, Γ, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονες ἔστωσαν πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, αἱ μὲν Α, Β τῆς Γ, αἱ δὲ Α, Γ τῆς Β, καὶ ἔτι αἱ Β, Γ τῆς Α· δεῖ δὴ ἐκ τῶν ἴσων ταῖς Α, Β, Γ τρίγωνον συστήσασθαι.

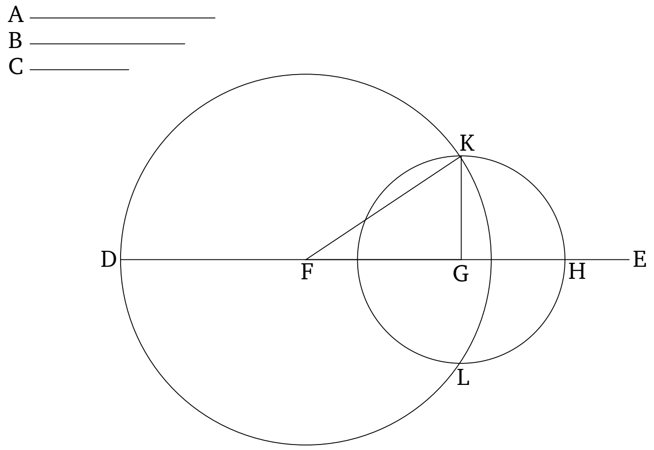
Ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἡ ΔΕ πεπερασμένη μὲν κατὰ τὸ Δ ἄπειρος δὲ κατὰ τὸ Ε, καὶ κείσθω τῇ μὲν Α ἴση ἡ ΔΖ, τῇ δὲ Β ἴση ἡ ΖΗ, τῇ δὲ Γ ἴση ἡ ΗΘ· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Ζ, διαστήματι δὲ τῷ ΖΔ κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΚΛ· πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ Η, διαστήματι δὲ τῷ ΗΘ κύκλος γεγράφθω ὁ ΚΛΘ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΖ, ΚΗ· λέγω, ὅτι ἐκ τριῶν εὐθειῶν τῶν ἴσων ταῖς Α, Β, Γ τρίγωνον συνέσταται τὸ ΚΖΗ.

Ἐπεὶ γὰρ τὸ Ζ σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΔΚΛ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΖΔ τῇ ΖΚ· ἀλλὰ ἡ ΖΔ τῇ Α ἐστιν ἴση. καὶ ἡ ΚΖ ἄρα τῇ Α ἐστιν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ τὸ Η σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ ΛΚΘ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ΗΘ τῇ ΗΚ· ἀλλὰ ἡ ΗΘ τῇ Γ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ΚΗ ἄρα τῇ Γ ἐστιν ἴση. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΖΗ τῇ Β ἴση· αἱ τρεῖς ἄρα εὐθεῖαι αἱ ΚΖ, ΖΗ, ΗΚ τρισὶ ταῖς Α, Β, Γ ἴσαι εἰσίν.

Ἐκ τριῶν ἄρα εὐθειῶν τῶν ΚΖ, ΖΗ, ΗΚ, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις ταῖς Α, Β, Γ, τρίγωνον συνέσταται τὸ ΚΖΗ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

κγ′.

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.



Tebūnie A, B, C duotosios trys tiesės, kurių dvi už likusią didesnės būtų, kad ir kaip imamos: A, B už C, o A, C už B, o ir B, C už A; reikia, štai, iš lygių toms A, B, C trikampį sudaryti.

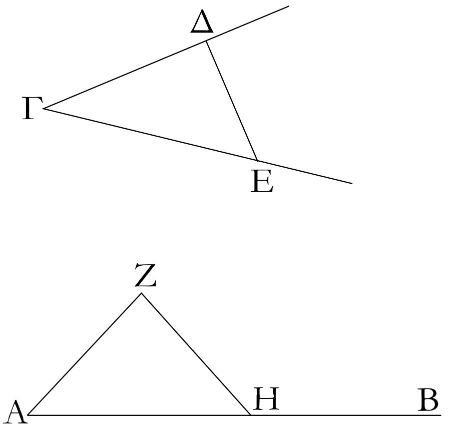
Tebus atidėta kokia nors tiesė DE, užbaigta ties D, tačiau begalinė link E, ir tebus atidėta DF, lygi A, ir FG, lygi B, ir GH, lygi C; ir iš vidurio F spinduliu FD tebus skritulys DKL nubrėžtas; vėlgi, iš vidurio G spinduliu GH skritulys KLH tebus nubrėžtas, ir nutiestos KF, KG; teigiu, kad iš trijų tiesių, lygių A, B, C, sudarytas trikampis KFG.

Kadangi mat taškas F yra skritulio DKL vidurys, FD yra lygi FK; tačiau FD lygi A. Ir KF tad lygi A. Ir vėl, kadangi taškas G yra skritulio LKH vidurys, GH yra lygi GK; tačiau GH lygi C; ir KG tad lygi C. Bet ir FG yra lygi B; trys tad tiesės KF, FG, GK trims A, B, C lygios yra.

Iš trijų tad tiesių KF, FG, GK, kurios yra lygios trims duotoms tiesėms A, B, C, sudarytas trikampis KFG; kaip tik, ką reikėjo padaryti.

23.

Prie duotos tiesės ir taško ant jos duotam tiesiniam kampui lygų tiesinį kampą sudaryti.

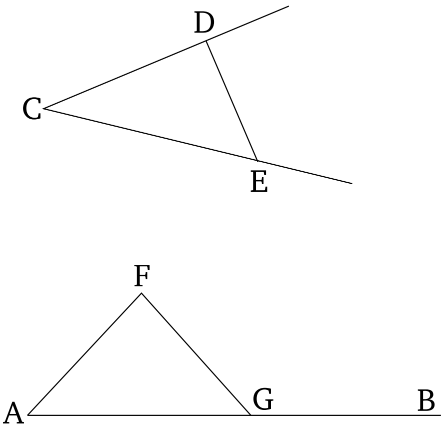


Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ πρὸς αὐτῇ σημεῖον τὸ Α, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ ΔΓΕ· δεῖ δὴ πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ ὑπὸ ΔΓΕ ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Εἰλήφθω ἐφ᾽ ἑκατέρας τῶν ΓΔ, ΓΕ τυχόντα σημεῖα τὰ Δ, Ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΕ· καὶ ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς ΓΔ, ΔΕ, ΓΕ, τρίγωνον συνεστάτω τὸ ΑΖΗ, ὥστε ἴσην εἶναι τὴν μὲν ΓΔ τῇ ΑΖ, τὴν δὲ ΓΕ τῇ ΑΗ, καὶ ἔτι τὴν ΔΕ τῇ ΖΗ.

Ἐπεὶ οὖν δύο αἱ ΔΓ, ΓΕ δύο ταῖς ΖΑ, ΑΗ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, καὶ βάσις ἡ ΔΕ βάσει τῇ ΖΗ ἴση, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΓΕ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΑΗ ἐστιν ἴση.

Πρὸς ἄρα τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΑΒ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ τῇ ὑπὸ ΔΓΕ ἴση γωνία εὐθύγραμμος συνέσταται ἡ ὑπὸ ΖΑΗ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



Tebūnie AB duotoji tiesė, A taškas ant jos, o DCE duotasis tiesinis kampas; taigi, reikia prie duotos tiesės AB ir taško A ant jos duotam tiesiniam kampui DCE lygų tiesinį kampą sudaryti.

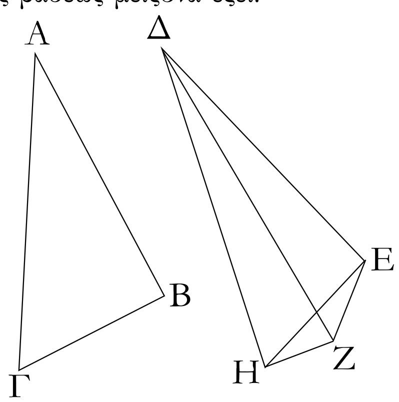
Tebus paimti ant abejos CD, CE bet kokie taškai D, E ir nutiesta DE; ir iš trijų tiesių, kurios yra lygios trims CD, DE, CE, trikampis AFG tebus sudarytas, taip kad CD būtų lygi AF, CE – AG, beigi DE – FG.

Tai kadangi dvi DC, CE dviem FA, AG lygios yra abeja abejai, ir pagrindas DE pagrindui FG lygus, kampas tad DCE kampui FAG lygus yra.

Prie duotos tad tiesės AB ir taško A ant jos duotam tiesiniam kampui DCE lygus tiesinis kampas FAG sudarytas; kaip tik, ką reikėjo padaryti.

κδ´.

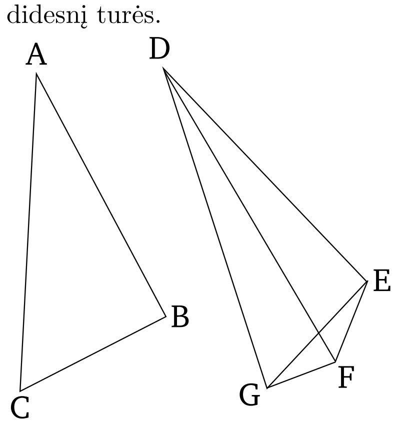
Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς [ταῖς] δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.



Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς

24.

Jei du trikampiu dvi kraštini dviem kraštinėm lygias turėtų abeją abejai, o kampą turėtų didesnį už kampą, tąjį lygių tiesių aprėpiamą, tai ir pagrindą už pagrindą didesnį turės.



Tebūnie ABC, DEF du trikampiu, dvi kraštini τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ, ἡ δὲ πρὸς τῷ Α γωνία τῆς πρὸς τῷ Δ γωνίας μείζων ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ μείζων ἐστίν.

Ἐπεὶ γὰρ μείζων ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΖ γωνίας, συνεστάτω πρὸς τῇ ΔΕ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Δ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΕΔΗ, καὶ κείσθω ὁποτέρᾳ τῶν ΑΓ, ΔΖ ἴση ἡ ΔΗ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΗ, ΖΗ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΔΗ, δύο δὴ αἱ ΒΑ, ΑΓ δυσὶ ταῖς ΕΔ, ΔΗ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΗ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΗ ἐστιν ἴση. πάλιν, ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΖ τῇ ΔΗ, ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΗΖ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΗ· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΖΗ τῆς ὑπὸ ΕΗΖ· πολλῷ ἄρα μείζων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΖΗ τῆς ὑπὸ ΕΗΖ. καὶ ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ ΕΖΗ μείζονα ἔχον τὴν ὑπὸ ΕΖΗ γωνίαν τῆς ὑπὸ ΕΗΖ, ὑπὸ δὲ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει, μείζων ἄρα καὶ πλευρὰ ἡ ΕΗ τῆς ΕΖ. ἴση δὲ ἡ ΕΗ τῇ ΒΓ· μείζων ἄρα καὶ ἡ ΒΓ τῆς ΕΖ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

AB, *AC* dviem kraštinėm *DE*, *DF* lygias turį abeją abejai: *AB* – *DE*, o *AC* – *DF*; o kampas prie *A* už kampą prie *D* didesnis tebūnie; teigiu, kad ir pagrindas *BC* už pagrindą *EF* didesnis yra.

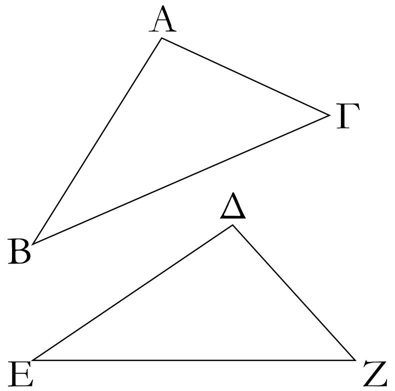
Kadangi mat kampas *BAC* didesnis už kampą *EDF*, tebus prie tiesės *DE* ir taško *D* ant jos sudarytas kampui *BAC* lygus *EDG*, ir tebus atidėta katrai *AC*, *DF* lygi *DG*, ir nutiestos *EG*, *FG*.

Tai kadangi *AB* yra lygi *DE*, o *AC* – *DG*, dvi tad *BA*, *AC* dviem *ED*, *DG* lygios yra abeja abejai; ir kampas *BAC* kampui *EDG* lygus; pagrindas tad *BC* pagrindui *EG* yra lygus. Vėlgi, kadangi *DF* lygi *DG*, tai ir kampas *DGF* lygus *DFG*; didesnis tad *DFG* už *EGF*; gerokai tad yra didesnis *EFG* už *EGF*. Ir kadangi *EFG* yra trikampis, didesnį turįs kampą *EFG* už *EGF*, tai prieš didesnį kampą didesnė kraštinė tįsi, todėl ir kraštinė *EG* didesnė už *EF*. Bet *EG* lygi *BC*; didesnė tad *BC* už *EF*.

Jei tad du trikampiu dvi kraštini dviem kraštinėm lygias turėtų abeją abejai, o kampą turėtų didesnį už kampą, tąjį lygių tiesių aprėpiamą, tai ir pagrindą už pagrindą didesnį turės; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

κε΄.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

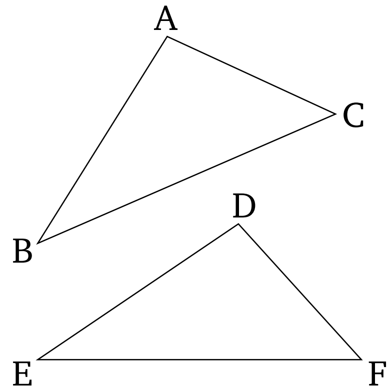


Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο πλευρὰς τὰς ΑΒ, ΑΓ ταῖς δύο πλευραῖς ταῖς ΔΕ, ΔΖ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ· βάσις δὲ ἡ ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ μείζων ἔστω· λέγω, ὅτι καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνίας τῆς ὑπὸ ΕΔΖ μείζων ἐστίν.

Εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴση ἐστὶν αὐτῇ ἢ ἐλάσσων· ἴση μὲν οὖν οὐκ ἔστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· ἴση γὰρ ἂν ἦν καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσει τῇ ΕΖ· οὐκ ἔστι δέ. οὐκ ἄρα ἴση ἐστὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ· οὐδὲ μὴν ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ

25.

Jei du trikampiu dvi kraštini dviem kraštinėm lygias turėtų abeją abejai, o pagrindą turėtų didesnį už pagrindą, tai ir kampą didesnį turės už kampą, tąjį lygių tiesių aprėpiamą.



Tebūnie *ABC*, *DEF* du trikampiu, dvi kraštini *AB*, *AC* dviem kraštinėm *DE*, *DF* lygias turį abeją abejai: *AB* – *DE*, o *AC* – *DF*; pagrindas gi *BC* už pagrindą *EF* didesnis tebus; teigiu, kad ir kampas *BAC* už kampą *EDF* yra didesnis.

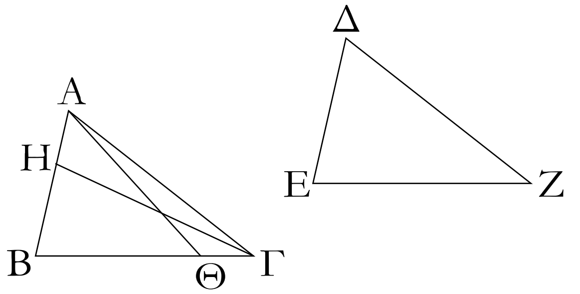
Jei mat ne, arba lygus yra jam, arba mažesnis; *BAC* lygus *EDF* tai jau nėra; lygus juk būtų pagrindas *BC* pagrindui *EF*; betgi nėra; nėra tad kampas *BAC* lygus kampui *EDF*; nėra nei mažesnis *BAC* už τῆς ὑπὸ ΕΔΖ· ἐλάσσων γὰρ ἂν ἦν καὶ βάσις ἡ ΒΓ βάσεως τῆς ΕΖ· οὐκ ἔστι δέ· οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῆς ὑπὸ ΕΔΖ. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ ἴση· μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῆς ὑπὸ ΕΔΖ.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκάτερᾳ, τὴν δὲ βασίν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

κϛʹ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει [ἑκατέραν ἑκατέρᾳ] καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΔΕΖ, ΕΖΔ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ὑπὸ ΑΒΓ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ, τὴν δὲ ὑπὸ ΒΓΑ τῇ ὑπὸ ΕΖΔ· ἐχέτω δὲ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, πρότερον τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις τὴν ΒΓ τῇ ΕΖ· λέγω, ὅτι καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ τὴν δὲ ΑΓ τῇ ΔΖ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ, τὴν ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ.



Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ΑΒ, καὶ κείσθω τῇ ΔΕ ἴση ἡ ΒΗ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΗΓ.

Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΒΗ τῇ ΔΕ, ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΕΖ, δύο δὴ αἱ ΒΗ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΗΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἴση ἐστίν· βάσις ἄρα ἡ ΗΓ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΗΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΓΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΔΖΕ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΔΖΕ τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ὑπόκειται ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΒΓΗ ἄρα τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ἴση ἐστίν, ἡ ἐλάσσων τῇ μείζονι· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ. ἴση ἄρα. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ ἴση· δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΔΕΖ ἐστιν ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν, καὶ λοιπὴ γωνία ἡ

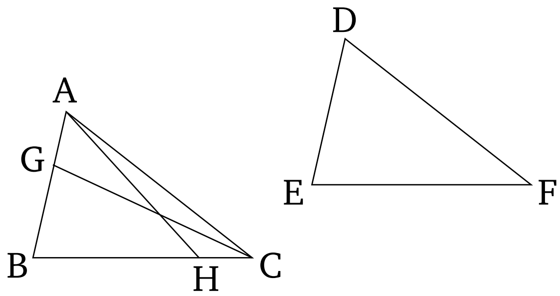
EDF; mažesnis juk būtų ir pagrindas BC už pagrindą EF; nėra tačiau; nėra tad kampas BAC mažesnis už EDF. Bet įrodyta, kad ir nelygus; didesnis tad yra BAC už EDF.

Jei tad du trikampiu dvi kraštini dviem kraštinėm lygias turėtų abeją abejai, o pagrindą turėtų didesnį už pagrindą, tai ir kampą didesnį turės už kampą, tąjį lygių tiesių aprėpiamą; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

26.

Jei du trikampiu du kampu dviem kampam lygius turėtų abeją abejam ir vieną kraštinę vienai kraštinei lygią – ar prie tų lygių kampų, ar tįsinčią prieš vieną tų lygių kampų – tai ir likusias kraštines likusiom kraštinėm lygias turės [abeją abejai], ir likusį kampą likusiam kampui.

Tebūnie ABC, DEF du trikampiu, du kampu ABC, BCA dviem kampam DEF, EFD lygius turį abeją abejam: ABC – DEF, o BCA – EFD; teturi ir vieną kraštinę vienai kraštinei lygią, pirmiau tąją prie lygių kampų – BC, lygią EF; teigiu, kad ir likusias kraštines likusiom kraštinėm lygias turės abeją abejai: AB – DE, o AC – DF; ir likusį kampą BAC likusiam kampui EDF.



Jeigu mat AB nelygi DE, viena jų yra didesnė. Tebus didesnė AB, ir tebus atidėta BG, lygi DE, ir nutiesta GC.

Tai kadangi BG yra lygi DE, o BC – EF, tai dvi GB, BC† dviem DE, EF lygios yra abeja abejai; ir kampas GBC lygus kampui DEF; pagrindas tad GC yra lygus pagrindui DF, ir trikampis GBC lygus trikampiui DEF, ir likusieji kampai likusiems kampams lygūs bus, prieš kuriuos lygios kraštinės tįsi; kampas tad GCB lygus DFE. Tačiau DFE tariamas lygus BCA; tai ir BCG yra lygus BCA – mažesnis didesniam; kaip tik, kas neįmanoma. Nėra tad AB nelygi DE. Lygi tad. Bet ir BC lygi EF; taigi, dvi AB, BC dviem DE, EF lygios yra abeja abejai; ir kampas tad ABC kampui DEF yra lygus; pagrindas tad AC pagrindui DF lygus yra, ir likęs kampas BAC

ὑπὸ ΒΑΓ τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση ἐστίν.

Ἀλλὰ δὴ πάλιν ἔστωσαν αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας πλευραὶ ὑποτείνουσαι ἴσαι, ὡς ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ· λέγω πάλιν, ὅτι καὶ αἱ λοιπαὶ πλευραὶ ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσαι ἔσονται, ἡ μὲν ΑΓ τῇ ΔΖ, ἡ δὲ ΒΓ τῇ ΕΖ καὶ ἔτι ἡ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση ἐστίν.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων, εἰ δυνατόν, ἡ ΒΓ, καὶ κείσθω τῇ ΕΖ ἴση ἡ ΒΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΘ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΒΘ τῇ ΕΖ ἡ δὲ ΑΒ τῇ ΔΕ, δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΘ δυσὶ ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκαρέρᾳ· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν· βάσις ἄρα ἡ ΑΘ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΑΒΘ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσας πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΘΑ γωνία τῇ ὑπὸ ΕΖΔ. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΕΖΔ τῇ ὑπὸ ΒΓΑ ἐστιν ἴση· τριγώνου δὴ τοῦ ΑΘΓ ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΒΘΑ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΒΓΑ· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ΒΓ τῇ ΕΖ· ἴση ἄρα. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΔΕ ἴση. δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δύο ταῖς ΔΕ, ΕΖ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσι· βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΔΖ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ ἴσον καὶ λοιπὴ γωνία ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ λοιπῇ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΔΖ ἴση.

Ἐὰν ἄρα δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

likusiam kampui EDF lygus.

Tačiau dabar tebūnie prieš lygius kampus tįsinčios kraštinės lygios, kaip antai AB – DE; teigiu vėlgi, kad ir likusios kraštinės likusiom kraštinėm lygios bus: AC – DF, o BC – EF, ir dar likęs kampas BAC lygus likusiam kampui EDF.

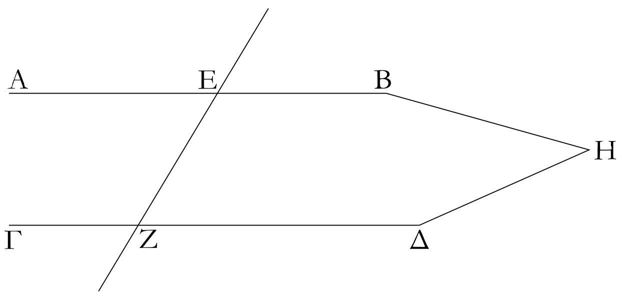
Jei mat BC nelygi EF, viena jų didesnė yra. Tebūnie didesnė, jeigu tai galima, BC, ir tebus atidėta BH, lygi EF, ir nutiesta AH. Ir kadangi BH yra lygi EF, o AB – DE, dvi tad AB, BH dviem DE, EF lygios yra abeja abejai; ir kampus lygius aprėpia; pagrindas tad AH pagrindui DF lygus yra, ir trikampis ABH lygus trikampiui DEF, ir likę kampai likusiem kampam lygūs bus, prieš kuriuos lygios kraštinės tįsi; kampas tad BHA lygus EFD. Tačiau EFD lygus BCA; taigi, trikampio AHC išorinis kampas BHA lygus vidiniam priešingam BCA; kaip tik, kas neįmanoma. Nėra tad BC nelygi EF; lygi tad. Bet AB yra lygi DE. Taigi, dvi AB, BC dviem DE, EF lygios yra abeja abejai; ir kampus lygius aprėpia; pagrindas tad AC pagrindui DF lygus yra, ir trikampis ABC lygus trikampiui DEF, ir likęs kampas BAC likusiam kampui EDF lygus.

Jei tad du trikampiu du kampu dviem kampam lygius turėtų abeją abejam ir vieną kraštinę vienai kraštinei lygią – ar prie tų lygių kampų, ar tįsinčią prieš vieną tų lygių kampų – tai ir likusias kraštines likusiom kraštinėm lygias turės, ir likusį kampą likusiam kampui; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

† Graikiškame BG, BC.

κζ΄.

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

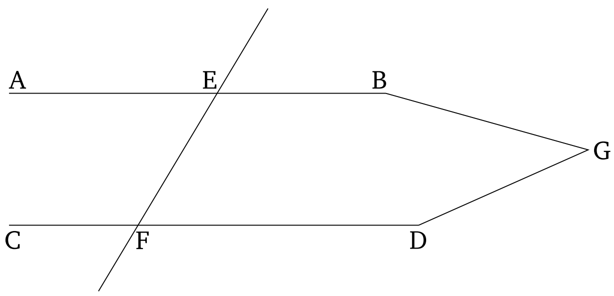


Εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς ΑΒ, ΓΔ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΕΖ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΕΖ, ΕΖΔ ἴσας ἀλλήλαις ποιείτω· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

Εἰ γὰρ μή, ἐκβαλλόμεναι αἱ ΑΒ, ΓΔ συμπεσοῦνται ἤτοι ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη ἢ ἐπὶ τὰ Α, Γ. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμ-

27.

Jei dvi tiesi kertanti tiesė priešinius kampus lygius vieną kitam sudarytų, lygiagrečios bus viena kitai tos tiesės.



Dvi tiesi AB, CD kertanti tiesė EF priešinius kampus AEF, EFD lygius vieną kitam tesudaro; teigiu, kad AB lygiagreti CD.

Jei mat ne, tai tęsiamos AB, CD sutiks arba B, D pusėje, arba A, C. Tebus pratęstos ir sutiks B, D

πιπτέτωσαν ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη κατὰ τὸ Η. τριγώνου δὴ τοῦ ΗΕΖ ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΕΖ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΕΖΗ· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα αἱ ΑΒ, ΔΓ ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται ἐπὶ τὰ Β, Δ μέρη. ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τὰ Α, Γ· αἱ δὲ ἐπὶ μηδέτερα τὰ μέρη συμπίπτουσαι παράλληλοί εἰσιν· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

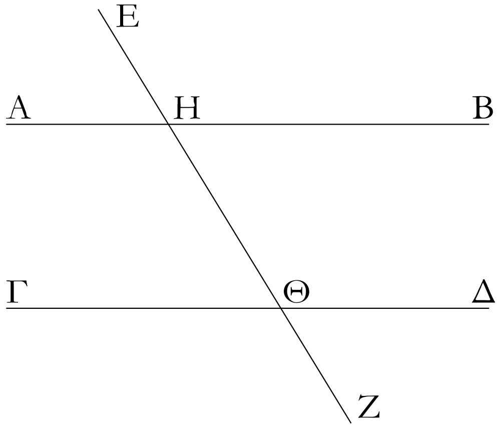
Ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

pusėje ties G. Taigi, trikampio GEF išorinis kampas AEF lygus vidiniam priešingam EFG; kaip tik, kas neįmanoma; nėra tad tęsiamos AB, DC sutinkančios B, D pusėje. Panašiai gi bus įrodyta, kad ir nei A, C; niekatroje pusėje nesutinkančios lygiagrečios yra; AB tad yra lygiagreti CD.

Jei tad dvi tiesi kertanti tiesė priešinius kampus lygius vieną kitam sudarytų, lygiagrečios bus viena kitai tos tiesės; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

κη΄.

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.



Εἰς γὰρ δύο εὐθείας τὰς ΑΒ, ΓΔ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΕΖ τὴν ἐκτὸς γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἴσην ποιείτω ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

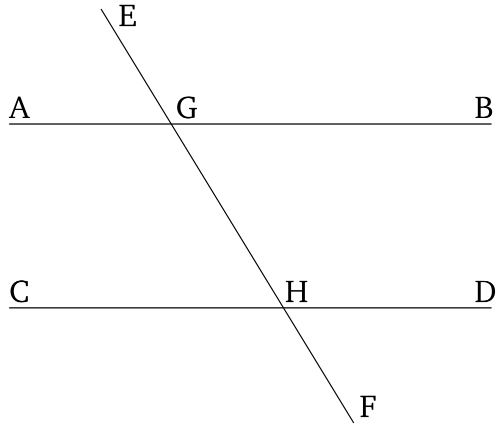
Ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ὑπὸ ΑΗΘ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΘ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστιν ἴση· καί εἰσιν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

Πάλιν, ἐπεὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ ταῖς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ ἴσαι εἰσίν· κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΗΘ λοιπῇ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστιν ἴση· καί εἰσιν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

Ἐὰν ἄρα εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

28.

Jei dvi tiesi kertanti tiesė išorinį kampą vidiniam priešingam toje pačioje pusėje (atitinkamam) lygų sudarytų arba vidinius toje pačioje pusėje (vienašalius) dviem statiem lygius, tai lygiagrečios bus tos tiesės.



Tegu štai, dvi tiesi AB, CD kertanti tiesė EF išorinį kampą EGB vidiniam priešingam kampui GHD lygų sudaro arba vidinius toje pačioje pusėje BGH, GHD dviem statiem lygius; teigiu, kad AB yra lygiagreti CD.

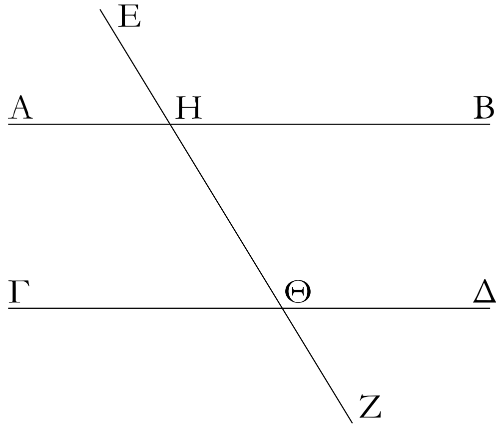
Kadangi mat EGB lygus GHD, bet EGB yra lygus AGH, tai ir AGH lygus GHD; ir yra priešiniai; AB tad lygiagreti CD.

Vėlgi, kadangi BGH, GHD dviem statiem yra lygūs, o AGH, BGH irgi dviem statiem lygūs, tai AGH, BGH lygūs yra BGH, GHD; bendras tebus atimtas BGH; liekamas tad AGH liekamam GHD lygus yra; ir yra priešiniai; AB tad lygiagreti CD.

Jei tad dvi tiesi kertanti tiesė išorinį kampą vidiniam priešingam toje pačioje pusėje lygų sudarytų arba vidinius toje pačioje pusėje dviem statiem lygius, tai lygiagrečios bus tos tiesės; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

κθ΄.

Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.



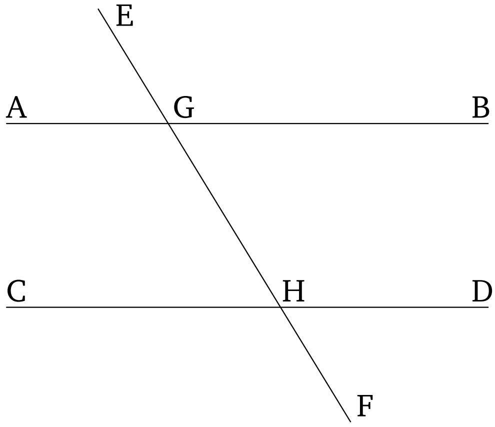
Εἰς γὰρ παραλλήλους εὐθείας τὰς ΑΒ, ΓΔ εὐθεῖα ἐμπιπτέτω ἡ ΕΖ· λέγω, ὅτι τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΗΘ, ΗΘΔ ἴσας ποιεῖ καὶ τὴν ἐκτὸς γωνίαν τὴν ὑπὸ ΕΗΒ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἴσην καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

Εἰ γὰρ ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ, μία αὐτῶν μείζων ἐστίν. ἔστω μείζων ἡ ὑπὸ ΑΗΘ· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ τῶν ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ μείζονές εἰσιν. ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΑΗΘ, ΒΗΘ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. [καὶ] αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. αἱ δὲ ἀπ᾿ ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον συμπίπτουσιν· αἱ ἄρα ΑΒ, ΓΔ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον συμπεσοῦνται· οὐ συμπίπτουσι δὲ διὰ τὸ παραλλήλους αὐτὰς ὑποκεῖσθαι· οὐκ ἄρα ἄνισός ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΗΘΔ· ἴση ἄρα. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΑΗΘ τῇ ὑπὸ ΕΗΒ ἐστιν ἴση· καὶ ἡ ὑπὸ ΕΗΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΔ ἐστιν ἴση· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΒΗΘ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΕΗΒ, ΒΗΘ ταῖς ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ ἴσαι εἰσίν. ἀλλὰ αἱ ὑπὸ ΕΗΒ, ΒΗΘ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΒΗΘ, ΗΘΔ ἄρα δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἡ ἄρα εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴσην καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

29.

Lygiagrečias tieses kertanti tiesė priešinius kampus lygius vieną kitam sudaro, ir išorinį vidiniam priešingam (atitinkamam) lygų, ir vidinius toje pačioje pusėje (vienašalius) dviem statiem lygius.



Tegu štai, lygiagrečias tieses AB, CD kerta tiesė EF; teigiu, kad priešinius kampus AGH, GHD lygius sudaro ir išorinį kampą EGB vidiniam priešingam GHD lygų, ir vidinius toje pačioje pusėje BGH, GHD dviem statiem lygius.

Jei mat AGH nelygus GHD, vienas jų didesnis yra. Tebūnie didesnis AGH; bendras tebus pridėtas BGH; AGH, BGH tad už BGH, GHD didesni yra. Tačiau AGH, BGH dviem statiem lygūs. BGH, GHD už du stačiu tad yra mažesni. Bet nuo mažesnių nei du stačiu be galo tęsiamos sutinka; taigi, AB, CD be galo tęsiamos sutiks; betgi nesutinka, tariant jas lygiagrečias; nėra tad AGH nelygus GHD; lygus tad. Tačiau AGH yra lygus EGB; tai ir EGB lygus GHD; bendras tebus pridėtas BGH; EGB, BGH tad yra lygūs BGH, GHD. Tačiau EGB, BGH dviem statiem lygūs; taigi, ir BGH, GHD dviem statiem yra lygūs.

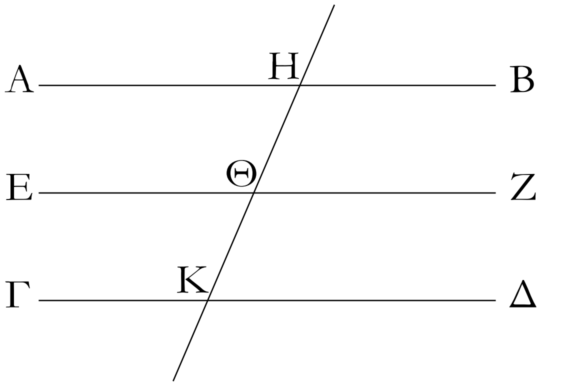
Lygiagrečias tad tieses kertanti tiesė priešinius kampus lygius vieną kitam sudaro ir išorinį vidiniam priešingam lygų, ir vidinius toje pačioje pusėje dviem statiem lygius; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

λ΄.

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

30.

Tai pačiai tiesei lygiagrečios ir viena kitai yra lygiagrečios.

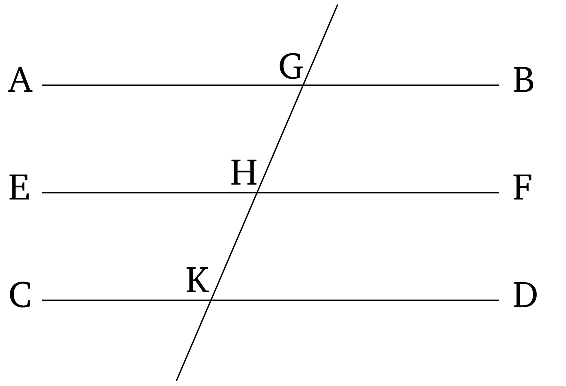


Ἔστω ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΓΔ τῇ ΕΖ παράλληλος· λέγω, ὅτι καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ ἐστι παράλληλος.

Ἐμπιπτέτω γὰρ εἰς αὐτὰς εὐθεῖα ἡ ΗΚ.

Καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς ΑΒ, ΕΖ εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ ΗΚ, ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΗΚ τῇ ὑπὸ ΗΘΖ. πάλιν, ἐπεὶ εἰς παραλλήλους εὐθείας τὰς ΕΖ, ΓΔ εὐθεῖα ἐμπέπτωκεν ἡ ΗΚ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΘΖ τῇ ὑπὸ ΗΚΔ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΚ τῇ ὑπὸ ΗΘΖ ἴση. καὶ ἡ ὑπὸ ΑΗΚ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΚΔ ἐστιν ἴση· καί εἰσιν ἐναλλάξ. παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ.

[Αἱ ἄρα τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι·] ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Tebūnie abeja AB, CD lygiagreti EF; teigiu, kad AB yra lygiagreti ir CD.

Tegu dabar kerta jas tiesė GK.

Ir kadangi lygiagrečias tieses AB, EF kerta GK, tai AGK lygus GHF. Ir vėl, kadangi lygiagrečias tieses EF, CD kerta tiesė GK, tai GHF yra lygus GKD; bet įrodyta ir AGK lygus GHF; ir AGK tad yra lygus GKD; ir yra priešiniai. AB tad yra lygiagreti CD.

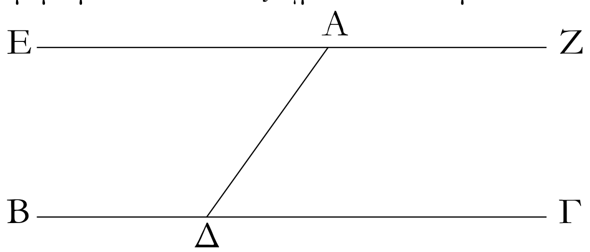
[Tai pačiai tad tiesei lygiagrečios ir viena kitai yra lygiagrečios;] kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

λα΄.

Διὰ τοῦ δοθέντος σημείου τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν σημεῖον τὸ Α, ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΒΓ· δεῖ δὴ διὰ τοῦ Α σημείου τῇ ΒΓ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς ΒΓ τυχὸν σημεῖον τὸ Δ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΔ· καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΔΑ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α τῇ ὑπὸ ΑΔΓ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΔΑΕ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπ᾽ εὐθείας τῇ ΕΑ εὐθεῖα ἡ ΑΖ.



Καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς ΒΓ, ΕΖ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΑΔ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας τὰς ὑπὸ ΕΑΔ, ΑΔΓ ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκεν, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΕΑΖ τῇ ΒΓ.

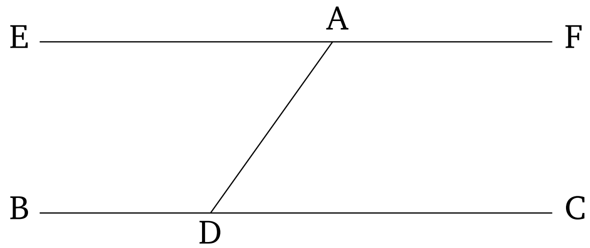
Διὰ τοῦ δοθέντος ἄρα σημείου τοῦ Α τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ τῇ ΒΓ παράλληλος εὐθεῖα γραμμὴ ἦκται ἡ ΕΑΖ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

31.

Per duotą tašką duotai tiesei lygiagrečią tiesę išvesti.

Tebūnie A duotasis taškas, o BC duotoji tiesė; taigi, reikia per tašką A tiesei BC lygiagrečią tiesę išvesti.

Tebus ant BC bet kaip paimtas taškas D ir nutiesta AD; ir tebus sudarytas prie tiesės DA ir prie taško ant jos A kampui ADC lygus DAE; ir tebus EA tiese ištęsta tiesė AF.

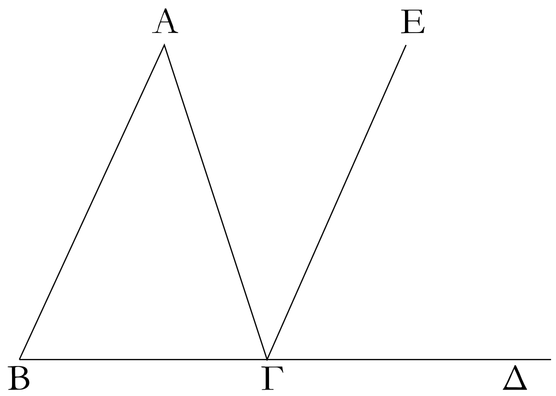


Ir kadangi dvi tiesi BC, EF kertanti tiesė AD priešinius kampus EAD, ADC lygius sudarė, EAF tad yra lygiagreti BC.

Per duotą tad tašką A duotai tiesei BC išvesta lygiagreti tiesė EAF; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

λβ΄.

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστίν, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.



Ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ προσεκβεβλήσθω αὐτοῦ μία πλευρὰ ἡ ΒΓ ἐπὶ τὸ Δ· λέγω, ὅτι ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΑΓΔ ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ ΓΑΒ, ΑΒΓ, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ, ΓΑΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ Γ σημείου τῇ ΑΒ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ ΓΕ.

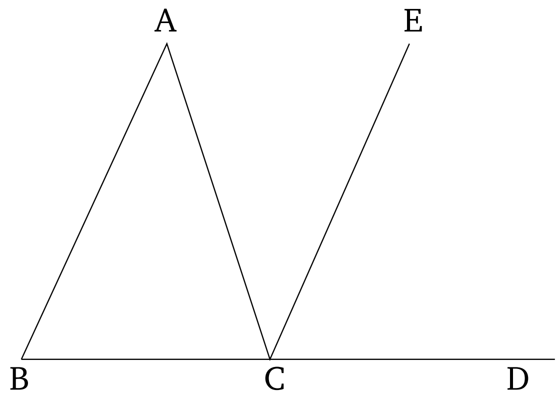
Καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΕ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΑΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΓΕ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΕ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΒΔ, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ ΕΓΔ ἴση ἐστὶ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΑΓΕ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ ἴση· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΔ γωνία ἴση ἐστὶ δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ταῖς ὑπὸ ΒΑΓ, ΑΒΓ.

Κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΓΒ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ τρισὶ ταῖς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ, ΓΑΒ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ᾽ αἱ ὑπὸ ΑΓΔ, ΑΓΒ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΑΓΒ, ΓΒΑ, ΓΑΒ ἄρα δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Παντὸς ἄρα τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστίν, καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

32.

Bet kurio trikampio vieną kraštinių pratęsus, išorinis kampas dviem vidiniam priešingiem bus lygus, ir trys vidiniai trikampio kampai dviem statiem lygūs.



Tebūnie ABC trikampis, ir tebus pratęsta viena jo kraštinė BC iki D; teigiu, kad išorinis kampas ACD lygus yra dviem vidiniam priešingiem CAB, ABC, ir vidiniai trikampio trys kampai ABC, BCA, CAB dviem statiem lygūs.

Tebus per tašką C išvesta tiesei AB lygiagreti CE.

Ir kadangi AB lygiagreti CE, ir jas kerta AC, priešiniai tad kampai BAC, ACE lygūs vienam kitam. Vėlgi, kadangi AB lygiagreti CE, ir jas kerta tiesė BD, tai išorinis kampas ECD yra lygus vidiniam priešingam ABC. Bet įrodyta ir ACE lygus BAC; visas tad kampas ACD lygus yra dviem vidiniam priešingiem BAC, ABC.

Bendras tebus pridėtas ACB; ACD, ACB trims tad ABC, BCA, CAB lygūs yra. Tačiau ACD, ACB dviem statiem lygūs; tad ir ACB, CBA, CAB dviem statiem yra lygūs.

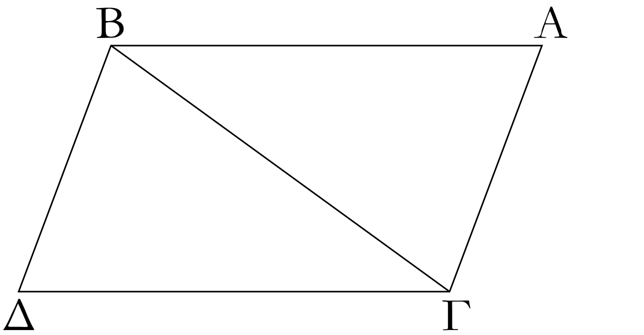
Bet kurio tad trikampio vieną kraštinių pratęsus, išorinis kampas dviem vidiniam priešingiem bus lygus, ir trys vidiniai trikampio kampai dviem statiem lygūs; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

λγ΄.

Αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

33.

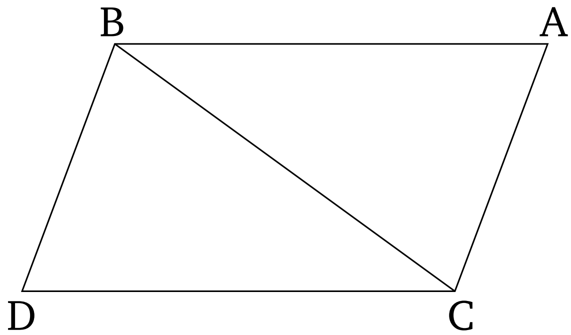
Lygias ir lygiagrečias tose pačiose pusėse jungiančios tiesės ir pačios lygios bei lygiagrečios yra.



Ἔστωσαν ἴσαι τε καὶ παράλληλοι αἱ ΑΒ, ΓΔ, καὶ ἐπιζευγνύτωσαν αὐτὰς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΒΔ· λέγω, ὅτι καὶ αἱ ΑΓ, ΒΔ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ. καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ, δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δύο ταῖς ΒΓ, ΓΔ ἴσαι εἰσίν· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΒΔ ἐστιν ἴση, καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΒΓΔ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ᾽ ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΔ. καὶ ἐπεὶ εἰς δύο εὐθείας τὰς ΑΓ, ΒΔ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΒΓ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκεν, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ. ἐδείχθη δὲ αὐτῇ καὶ ἴση.

Αἱ ἄρα τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Tebūnie AB, CD lygios ir lygiagrečios, ir tejungia jas tose pačiose pusėse AC, BD; teigiu, kad ir AC, BD lygios bei lygiagrečios yra.

Tebus nutiesta BC. Ir kadangi AB lygiagreti CD, ir jas kerta BC, tai priešiniai kampai ABC, BCD lygūs vienas kitam yra. Ir kadangi AB lygi CD, o BC bendra, tai dvi AB, BC dviem DC, $CB^{\dagger}$ yra lygios; ir kampas ABC kampui BCD lygus; pagrindas tad AC pagrindui BD lygus yra, ir trikampis ABC trikampiui $DCB^{\ddagger}$ lygus, ir likę kampai likusiems kampams lygūs bus abejas abejam, prieš kuriuos lygios kraštinės tįsi; kampas tad ACB lygus CBD. Ir kadangi dvi tiesi AC, BD kertanti tiesė BC priešinius kampus lygius vieną kitam sudarė, AC tad yra lygiagreti BD. Bet įrodyta ir lygi jai.

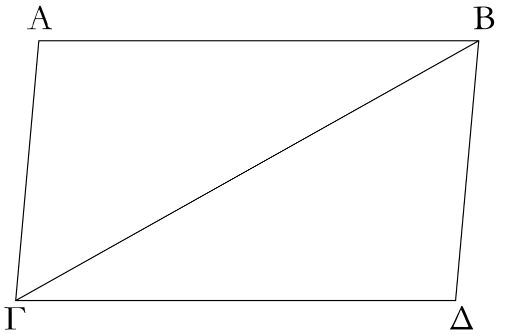
Lygias tad ir lygiagrečias tose pačiose pusėse jungiančios tiesės ir pačios lygios bei lygiagrečios yra; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

† Graikiškame BC, CD.

‡ Graikiškame BCD.

λδ΄.

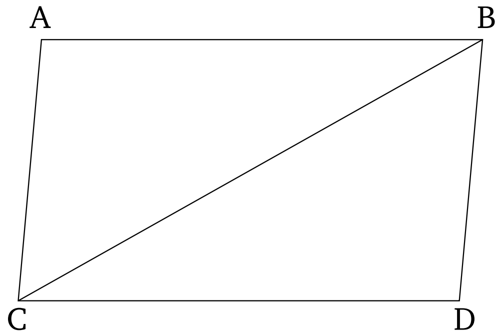
Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.



Ἔστω παραλληλόγραμμον χωρίον τὸ ΑΓΔΒ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΒΓ· λέγω, ὅτι τοῦ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ ἡ

34.

Lygiagretainių sričių priešingos kraštinės bei kampai lygūs vienas kitam yra, ir įstrižainė jas pusiau skiria.



Tebūnie $ACDB$ lygiagretainė sritis, o BC jos įstrižainė; teigiu, kad lygiagretainio $ACDB$ priešingos kraštinės bei kampai lygūs vienas kitam yra, ir

ΒΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει.

Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. πάλιν ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΓΒ, ΓΒΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ΑΒΓ, ΒΓΔ τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΒΓΔ, ΓΒΔ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις κοινὴν αὐτῶν τὴν ΒΓ· καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ· ἴση ἄρα ἡ μὲν ΑΒ πλευρὰ τῇ ΓΔ, ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΒΔ, καὶ ἔτι ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΔΒ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΓΔ, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ, ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΔ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ ἐστιν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΓΔΒ ἴση.

Τῶν ἄρα παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Λέγω δή, ὅτι καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ, δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΓΔ, ΒΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση. καὶ βάσις ἄρα ἡ ΑΓ τῇ ΔΒ ἴση. καὶ τὸ ΑΒΓ [ἄρα] τρίγωνον τῷ ΒΓΔ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν.

Ἡ ἄρα ΒΓ διάμετρος δίχα τέμνει τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

įstrižainė BC jį pusiau skiria.

Kadangi mat AB lygiagreti CD, ir jas kirto tiesė BC, tai priešiniai kampai ABC, BCD yra lygūs vienas kitam. Vėlgi, kadangi AC lygiagreti BD, ir jas kirto BC, tai priešiniai kampai ACB, CBD lygūs vienas kitam yra; taigi, ABC, BCD yra du trikampiu, du kampu ABC, BCA dviem BCD, CBD lygius turį abeją abejam, ir vieną kraštinę vienai kraštinei lygią, tąją prie lygių kampų bendrą jų BC; ir likusias tad kraštines likusioms lygias turės abeją abejai, ir likusį kampą likusiam kampui; kraštinė AB lygi tad kraštinei CD, o AC – BD, ir dar kampas BAC lygus CDB. Ir kadangi kampas ABC lygus yra BCD, o CBD – ACB, visas tad ABD visam ACD yra lygus. Bet įrodyta ir BAC lygus CDB.

Lygiagretainių tad sričių priešingos kraštinės bei kampai lygūs vienas kitam yra.

Teigiu dabar, kad ir įstrižainė jas pusiau skiria. Kadangi mat AB lygi CD, o BC bendra, tai dvi AB, BC dviem DC, CB† lygios yra abeja abejai; ir kampas ABC kampui BCD lygus. Ir pagrindas tad AC lygus DB. Ir trikampis [tad] ABC trikampiui BCD lygus.

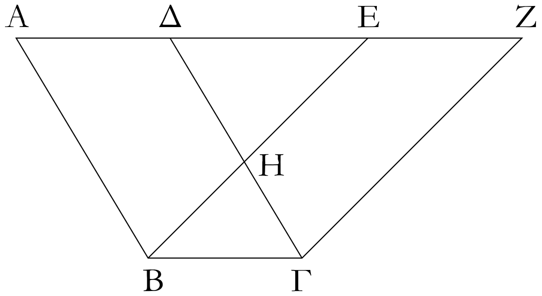
Įstrižainė tad BC pusiau skiria lygiagretainį $ACDB$‡; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

† Graikiškame CD, BC.

‡ Graikiškame $ABCD$.

λε΄.

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

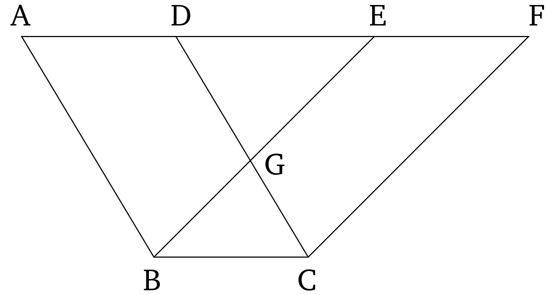


Ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒΓΔ, ΕΒΓΖ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΖ, ΒΓ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ τῷ ΕΒΓΖ παραλληλογράμμῳ.

Ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΕΖ τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση· ὥστε καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΕΖ ἐστιν ἴση· καὶ κοινὴ ἡ ΔΕ· ὅλη ἄρα ἡ ΑΕ ὅλῃ τῇ ΔΖ ἐστιν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΔΓ ἴση·

35.

Lygiagretainiai, ant to paties pagrindo esą ir tarp tų pačių lygiagrečių, lygūs vienas kitam yra.



Tebūnie $ABCD$, $EBCF$ lygiagretainiai ant to paties pagrindo BC ir tarp tų pačių lygiagrečių AF, BC; teigiu, kad $ABCD$ lygus yra lygiagretainiui $EBCF$.

Kadangi mat $ABCD$ yra lygiagretainis, AD tad lygi BC. Dėl to pat gi ir EF lygi BC; taigi, ir AD yra lygi EF; o DE bendra; visa tad AE visai DF lygi yra. Bet ir AB lygi DC; taigi, dvi EA, AB dviem δύο δὴ αἱ ΕΑ, ΑΒ δύο ταῖς ΖΔ, ΔΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΖΔΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΑΒ ἐστιν ἴση ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντός· βάσις ἄρα ἡ ΕΒ βάσει τῇ ΖΓ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΕΑΒ τρίγωνον τῷ ΔΖΓ τριγώνῳ ἴσον ἔσται· κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΔΗΕ· λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒΗΔ τραπέζιον λοιπῷ τῷ ΕΗΓΖ τραπεζίῳ ἐστὶν ἴσον· κοινὸν προσκείσθω τὸ ΗΒΓ τρίγωνον· ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ ΕΒΓΖ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν.

Τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

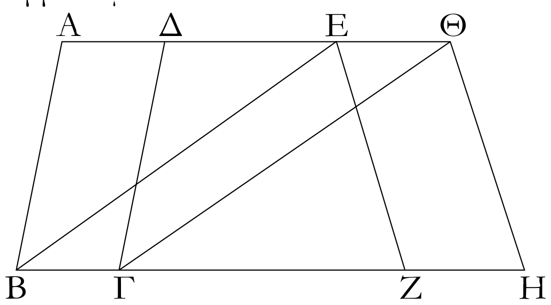
FD, DC lygios yra abeja abejai; ir kampas FDC kampui EAB yra lygus – išorinis vidiniam; pagrindas tad EB pagrindui FC lygus yra, ir trikampis EAB trikampiui DFC lygus bus; bendras tebus atimtas DGE; liekamas tad žulnusis $ABGD$ liekamam žulniajam $EGCF$ yra lygus; bendras tebus pridėtas trikampis GBC; visas tad lygiagretainis $ABCD$ visam lygiagretainiui $EBCF$ lygus yra.

Lygiagretainiai tad, ant to paties pagrindo esą ir tarp tų pačių lygiagrečių, lygūs vienas kitam yra; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

λϛ´.

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα τῶν ΒΓ, ΖΗ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΘ, ΒΗ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΖΗΘ.



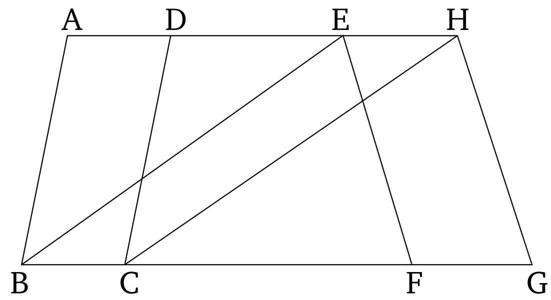
Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΕ, ΓΘ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΖΗ, ἀλλὰ ἡ ΖΗ τῇ ΕΘ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ΒΓ ἄρα τῇ ΕΘ ἐστιν ἴση. εἰσὶ δὲ καὶ παράλληλοι. καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς αἱ ΕΒ, ΘΓ· αἱ δὲ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσι [καὶ αἱ ΕΒ, ΘΓ ἄρα ἴσαι τέ εἰσι καὶ παράλληλοι]. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΒΓΘ. καί ἐστιν ἴσον τῷ ΑΒΓΔ· βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει τὴν ΒΓ, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστὶν αὐτῷ ταῖς ΒΓ, ΑΘ. δὶα τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΕΖΗΘ τῷ αὐτῷ τῷ ΕΒΓΘ ἐστιν ἴσον· ὥστε καὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΖΗΘ ἐστιν ἴσον.

Τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

36.

Lygiagretainiai, ant lygių pagrindų esą ir tarp tų pačių lygiagrečių, lygūs vienas kitam yra.

Tebūnie $ABCD$, $EFGH$ lygiagretainiai, esą ant lygių pagrindų BC, FG ir tarp tų pačių lygiagrečių AH, BG; teigiu, kad lygiagretainis $ABCD$ lygus yra $EFGH$.



Tegu tad bus nutiestos BE, CH. Ir kadangi BC lygi FG, bet FG yra lygi EH, tai ir BC tad lygi EH; bet yra ir lygiagrečios. Ir jungia jas EB, HC; o lygias bei lygiagrečias tose pačiose pusėse jungiančios lygios ir lygiagrečios yra [ir EB, HC tad lygios ir lygiagrečios]. $EBCH$ tad yra lygiagretainis; ir lygus $ABCD$; pagrindą mat su juo tą patį turi – BC, ir tarp tų pačių lygiagrečių su juo yra – BC, AH. Dėl to pat gi ir $EFGH$ tam pačiam $EBCH$ lygus; taigi, ir lygiagretainis $ABCD$ yra lygus $EFGH$.

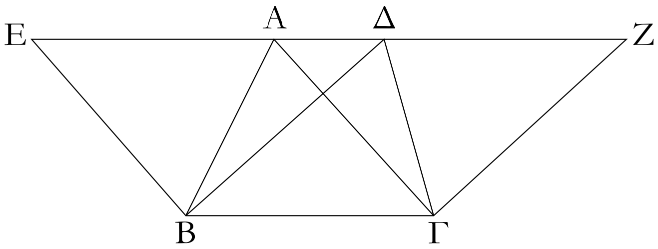
Lygiagretainiai tad, ant lygių pagrindų esą ir tarp tų pačių lygiagrečių, lygūs vienas kitam yra.

λζ´.

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

37.

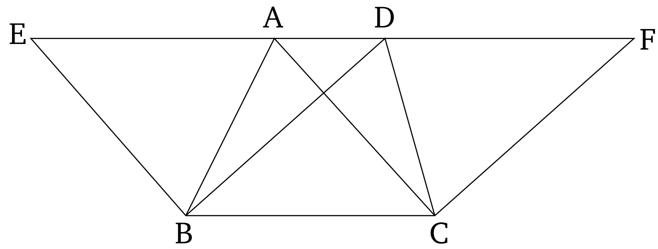
Trikampiai, ant to paties pagrindo esą ir tarp tų pačių lygiagrečių, lygūs vienas kitam yra.



Ἔστω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΒΓ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΔ, ΒΓ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ.

Ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΔ ἐφ᾿ ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Ε, Ζ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΕ, δὶα δὲ τοῦ Γ τῇ ΒΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΖ. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΕΒΓΑ, ΔΒΓΖ· καί εἰσιν ἴσα· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς εἰσι τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΕΖ· καί ἐστι τοῦ μὲν ΕΒΓΑ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον· ἡ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· τοῦ δὲ ΔΒΓΖ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον· ἡ γὰρ ΔΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει. [τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν]. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ.

Τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



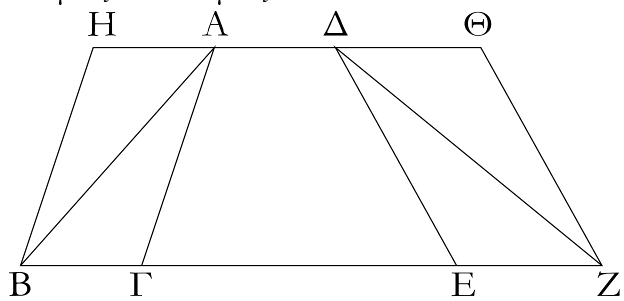
Tebūnie ABC, DBC trikampiai ant to paties pagrindo BC ir tarp tų pačių lygiagrečių AD, BC; teigiu, kad trikampis ABC lygus yra trikampiui DBC.

Tebus AD pratęsta į abi pusi iki E, F, ir per B išvesta BE, lygiagreti CA, o per C – CF, lygiagreti BD. Lygiagretainiai tad yra abu $EBCA$, $DBCF$; ir yra lygūs; ant to paties mat pagrindo BC yra ir tarp tų pačių lygiagrečių BC, EF; ir trikampis ABC yra pusė lygiagretainio $EBCA$; juk įstrižainė AB pusiau jį skiria; o trikampis DBC – lygiagretainio $DBCF$ pusė; nes įstrižainė DC jį pusiau skiria. [o lygių pusės lygios viena kitai yra]. Lygus tad yra trikampis ABC trikampiui DBC.

Trikampiai tad, ant to paties pagrindo esą ir tarp tų pačių lygiagrečių, lygūs vienas kitam yra; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

λη΄.

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

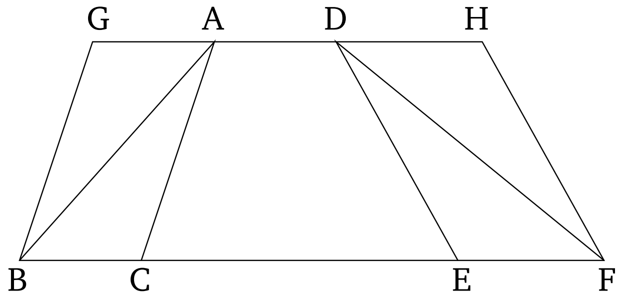


Ἔστω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΒΓ, ΕΖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΖ, ΑΔ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΑΔ ἐφ᾿ ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Η, Θ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΗ, δὶα δὲ τοῦ Ζ τῇ ΔΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΘ. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΗΒΓΑ, ΔΕΖΘ· καὶ ἴσον τὸ ΗΒΓΑ τῷ ΔΕΖΘ· ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΓ, ΕΖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΖ, ΗΘ· καί ἐστι τοῦ μὲν ΗΒΓΑ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. ἡ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· τοῦ δὲ ΔΕΖΘ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΖΕΔ τρίγωνον· ἡ γὰρ ΔΖ δίαμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει [τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν].

38.

Trikampiai, ant lygių pagrindų esą ir tarp tų pačių lygiagrečių, lygūs vienas kitam yra.



Tebūnie ABC, DEF trikampiai ant lygių pagrindų BC, EF ir tarp tų pačių lygiagrečių BF, AD; teigiu, kad lygus yra trikampis ABC trikampiui DEF.

Tegu tad bus AD pratęsta į abi pusi iki G, H, ir per B išvesta BG, lygiagreti CA, o per F išvesta FH, lygiagreti DE. Lygiagretainiai tad yra abu $GBCA$, $DEFH$; ir $GBCA$ lygus $DEFH$; nes yra ant lygių pagrindų BC, EF ir tarp tų pačių lygiagrečių BF, GH; ir trikampis ABC yra pusė lygiagretainio $GBCA$. Nes įstrižainė AB pusiau jį skiria; o trikampis FED – pusė lygiagretainio $DEFH$; nes įstrižainė DF jį pusiau skiria [o lygių pusės lygios viena kitai yra]. Lygus tad yra trikampis ABC trikampiui DEF.

ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

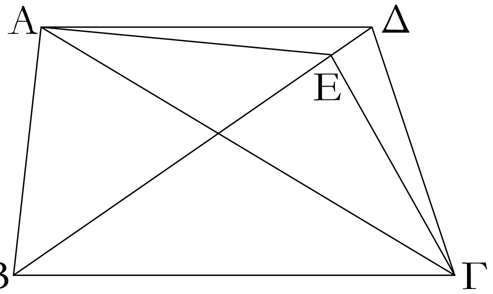
Τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Trikampiai tad, ant lygių pagrindų esą ir tarp tų pačių lygiagrečių, lygūs vienas kitam yra.

λθ΄.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΒΓ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς ΒΓ· λέγω, ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.



Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΔ· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ.

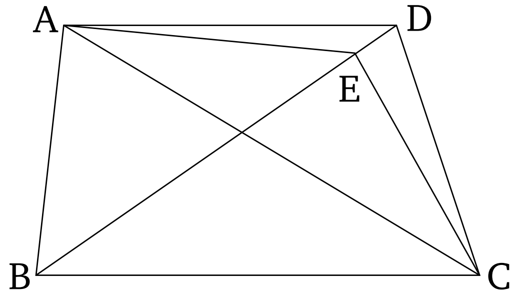
Εἰ γὰρ μή, ἤχθω διὰ τοῦ Α σημείου τῇ ΒΓ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ ΑΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστιν αὐτῷ τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ τῷ ΔΒΓ ἐστιν ἴσον· καὶ τὸ ΔΒΓ ἄρα τῷ ΕΒΓ ἴσον ἐστὶ τὸ μεῖζον τῷ ἐλάσσονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΕ τῇ ΒΓ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ᾽ ἄλλη τις πλὴν τῆς ΑΔ· ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστι παράλληλος.

Τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

39.

Lygūs trikampiai, ant to paties pagrindo esą toje pačioje pusėje, ir tarp tų pačių lygiagrečių yra.

Tebūnie ABC, DBC lygūs trikampiai, ant to paties pagrindo BC bei toje pačioje pusėje esą; teigiu, kad ir tarp tų pačių lygiagrečių yra.



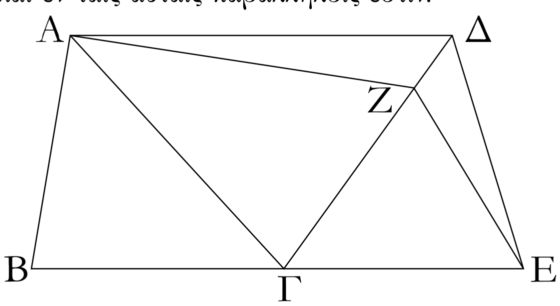
Tegu tad bus nutiesta AD; teigiu, kad AD lygiagreti BC.

Jei mat ne, tebus išvesta per tašką A tiesei BC lygiagreti AE, ir nutiesta EC. Lygus tad yra trikampis ABC trikampiui EBC; nes ant to paties pagrindo BC su juo yra ir tarp tų pačių lygiagrečių. Tačiau ABC lygus DBC; ir DBC tad yra lygus EBC – didesnis mažesniam; kaip tik, kas neįmanoma; nėra tad AE lygiagreti BC. Panašiai gi įrodysime, kad ir jokia kita, išskyrus AD; AD tad yra lygiagreti BC.

Lygūs tad trikampiai, ant to paties pagrindo esą toje pačioje pusėje, ir tarp tų pačių lygiagrečių yra; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

μ΄.

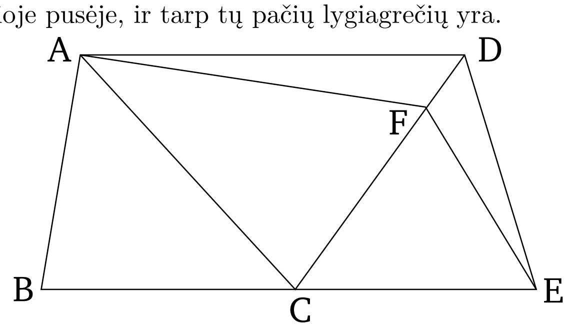
Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.



Ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΓΔΕ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΒΓ, ΓΕ καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη. λέγω, ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

40.

Lygūs trikampiai, ant lygių pagrindų esą toje pačioje pusėje, ir tarp tų pačių lygiagrečių yra.



Tebūnie ABC, CDE lygūs trikampiai ant lygių pagrindų BC, CE bei toje pačioje pusėje. Teigiu, kad ir tarp tų pačių lygiagrečių yra.

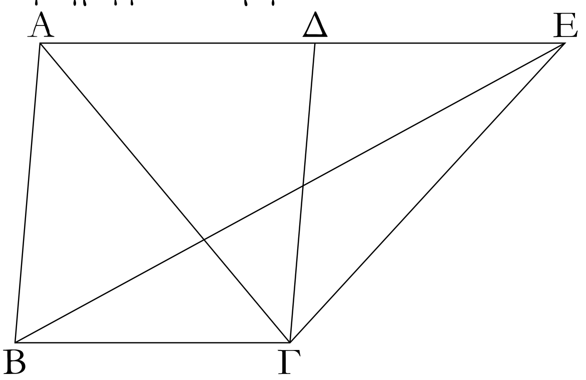
Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΔ· λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΕ.

Εἰ γὰρ μή, ἤχθω διὰ τοῦ Α τῇ ΒΕ παράλληλος ἡ ΑΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΕ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΖΓΕ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΓ, ΓΕ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΕ, ΑΖ. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΔΓΕ [τρίγωνῳ]· καὶ τὸ ΔΓΕ ἄρα [τρίγωνον] ἴσον ἐστὶ τῷ ΖΓΕ τριγώνῳ τὸ μεῖζον τῷ ἐλάσσονι· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον· οὐκ ἄρα παράλληλος ἡ ΑΖ τῇ ΒΕ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ᾿ ἄλλη τις πλὴν τῆς ΑΔ· ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΒΕ ἐστι παράλληλος.

Τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μα΄.

Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιόν ἐστί τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.



Παραλληλόγραμμον γὰρ τὸ ΑΒΓΔ τριγώνῳ τῷ ΕΒΓ βάσιν τε ἐχέτω τὴν αὐτὴν τὴν ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἔστω ταῖς ΒΓ, ΑΕ· λέγω, ὅτι διπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τοῦ ΒΕΓ τριγώνου.

Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΓ. ἴσον δή ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστιν αὐτῷ τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΑΕ. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου· ἡ γὰρ ΑΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει· ὥστε τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον καὶ τοῦ ΕΒΓ τριγώνου ἐστὶ διπλάσιον.

Ἐὰν ἄρα παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιόν ἐστί τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

μβ΄.

Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, ἡ δὲ δοθεῖσα

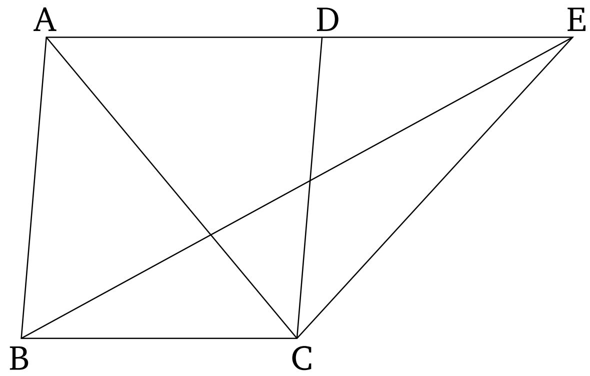
Tebus tad nutiesta AD; teigiu, kad AD lygiagreti BE.

Jei mat ne, tebus per A išvesta AF, lygiagreti BE, ir nutiesta FE. Lygus tad yra trikampis ABC trikampiui FCE; nes yra ant lygių pagrindų BC, CE ir tarp tų pačių lygiagrečių BE, AF. Tačiau trikampis ABC yra lygus [trikampiui] DCE; tad ir [trikampis] DCE lygus trikampiui FCE – didesnis mažesniam; kaip tik, kas neįmanoma; nėra tad AF lygiagreti BE. Panašiai gi įrodysime, kad ir jokia kita, išskyrus AD; AD tad yra lygiagreti BE.

Lygūs tad trikampiai, ant lygių pagrindų esą toje pačioje pusėje, ir tarp tų pačių lygiagrečių yra; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

41.

Jei lygiagretainis su trikampiu tą patį pagrindą turėtų ir tarp tų pačių lygiagrečių būtų, tai lygiagretainis dveja toks bus kaip trikampis.



Lygiagretainis $ABCD$ su trikampiu EBC tą patį teturi pagrindą BC ir tarp tų pačių lygiagrečių BC, AE tebūnie; teigiu, kad lygiagretainis $ABCD$ dveja toks yra kaip trikampis BEC.

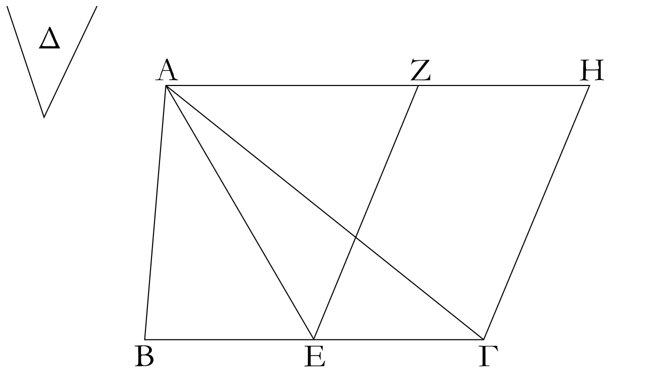
Tebus tad nutiesta AC. Taigi, trikampis ABC yra lygus trikampiui EBC; nes ant to paties yra pagrindo BC ir tarp tų pačių lygiagrečių BC, AE. Tačiau lygiagretainis $ABCD$ dveja toks yra kaip trikampis ABC; nes įstrižainė AC jį pusiau skiria; taigi, lygiagretainis $ABCD$ dveja toks ir kaip trikampis EBC;

Jei tad lygiagretainis su trikampiu tą patį pagrindą turėtų ir tarp tų pačių lygiagrečių būtų, tai lygiagretainis dveja toks bus kaip trikampis; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

42.

Duotam trikampiui lygų lygiagretainį sudaryti duotame tiesiniame kampe.

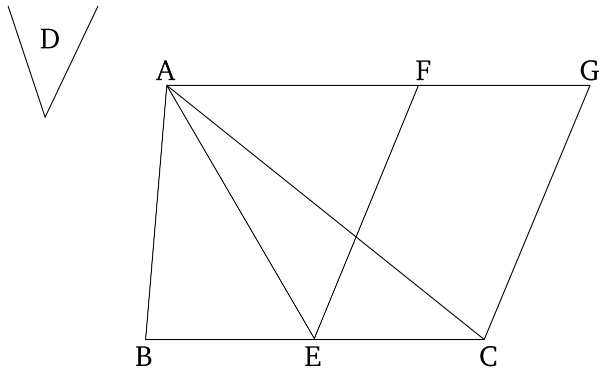
Tebūnie ABC duotasis trikampis, o D duotasis γωνία εὐθύγραμμος ἡ Δ· δεῖ δὴ τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ Δ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.



Τετμήσθω ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΕΓ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Ε τῇ Δ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΓΕΖ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Α τῇ ΕΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΗ, διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ ΕΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΗ· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΕΓΗ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΓ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΑΕΓ τριγώνῳ· ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΕ, ΕΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΑΗ· διπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τοῦ ΑΕΓ τριγώνου. ἔστι δὲ καὶ τὸ ΖΕΓΗ παραλληλόγραμμον διπλάσιον τοῦ ΑΕΓ τριγώνου· βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς ἐστιν αὐτῷ παραλλήλοις· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΕΓΗ παραλληλόγραμμον τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ. καὶ ἔχει τὴν ὑπὸ ΓΕΖ γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ τῇ Δ.

Τῷ ἄρα δοθέντι τριγώνῳ τῷ ΑΒΓ ἴσον παραλληλόγραμμον συνέσταται τὸ ΖΕΓΗ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΕΖ, ἥτις ἐστὶν ἴση τῇ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

tiesinis kampas; reikia dabar trikampiui ABC lygų lygiagretainį sudaryti tiesiniame kampe D.



Tebus BC pusiau perskirta per E ir nutiesta AE, ir tebus sudarytas prie tiesės EC ir taško ant jos E kampui D lygus CEF, ir per A išvesta AG, lygiagreti EC, o per C – CG, lygiagreti EF; $FECG$ tad yra lygiagretainis, ir kadangi BE lygi EC, tai ir trikampis ABE yra lygus trikampiui AEC; nes yra ant lygių pagrindų BE, EC ir tarp tų pačių lygiagrečių BC, AG; dveja toks tad yra trikampis ABC kaip trikampis AEC. Bet ir lygiagretainis $FECG$ dveja toks kaip trikampis AEC; pagrindą juk su juo tą patį turi ir tarp tų pačių lygiagrečių yra; lygus tad yra lygiagretainis $FECG$ trikampiui ABC. Ir turi kampą CEF lygų duotajam D.

Duotam tad trikampiui ABC lygus lygiagretainis $FECG$ sudarytas kampe CEF, kuris yra lygus D; kaip tik, ką reikėjo padaryti.

μγ΄.

Παντὸς παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, περὶ δὲ τὴν ΑΓ παραλληλόγραμμα μὲν ἔστω τὰ ΕΘ, ΖΗ, τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα τὰ ΒΚ, ΚΔ· λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΚ παραπλήρωμα τῷ ΚΔ παραπληρώματι.

Ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΓΔ τριγώνῳ. πάλιν, ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΕΘ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἐστιν ἡ ΑΚ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΕΚ τρίγωνον τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΚΖΓ τρίγωνον τῷ ΚΗΓ ἐστιν ἴσον. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΑΕΚ τρίγωνον τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον, τὸ δὲ ΚΖΓ τῷ ΚΗΓ, τὸ ΑΕΚ τρίγωνον μετὰ τοῦ ΚΗΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ μετὰ τοῦ ΚΖΓ· ἔστι δὲ καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ὅλῳ τῷ ΑΔΓ ἴσον· λοιπὸν ἄρα τὸ ΒΚ παραπλήρωμα λοιπῷ τῷ ΚΔ πα-

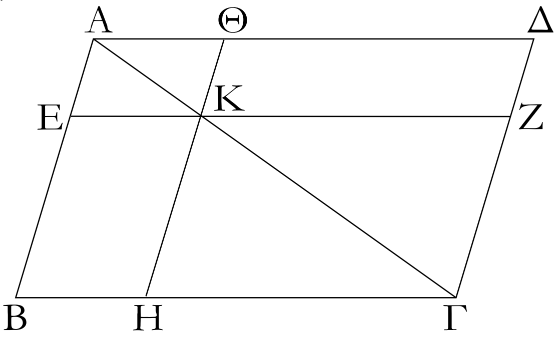
43.

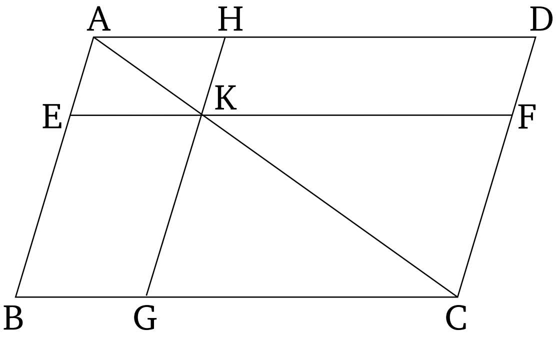
Bet kurio lygiagretainio lygiagretainių aplink įstrižainę papildiniai yra lygūs vienas kitam.

Tebūnie $ABCD$ lygiagretainis, o AC jo įstrižainė, ir tebūnie EH, FG lygiagretainiai aplink AC, o BK, KD vadinamieji papildiniai; teigiu, kad papildinys BK lygus papildiniui KD.

Kadangi mat $ABCD$ yra lygiagretainis, o AC jo įstrižainė, tai trikampis ABC lygus yra trikampiui ACD. Vėlgi, kadangi EH – lygiagretainis, o AK – jo įstrižainė, tai trikampis AEK lygus trikampiui AHK. Dėl to pat gi ir trikampis KFC lygus KGC. Tai kadangi trikampis AEK trikampiui AHK yra lygus, o KFC – KGC, tai trikampis AEK su KGC lygus yra trikampiui AHK su KFC; bet ir visas trikampis ABC visam ADC lygus; liekamas tad papildinys BK liekamam papildiniui KD yra lygus.

ραπληρώματί ἐστιν ἴσον.





Παντὸς ἄρα παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

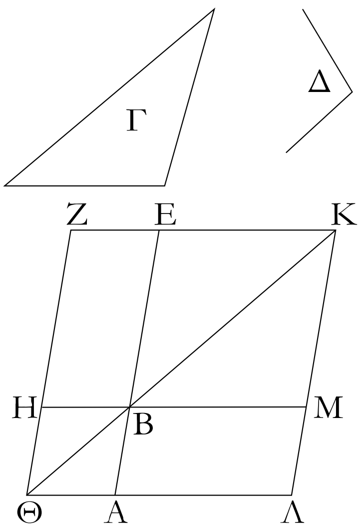
Bet kurios tad lygiagretainės srities lygiagretainių aplink įstrižainę papildiniai lygūs vienas kitam yra; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

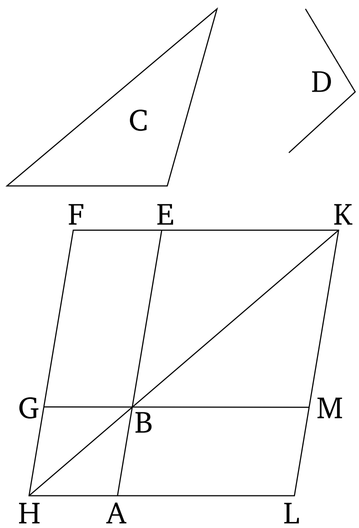
μδ′.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

44.

Prie duotos tiesės duotam trikampiui lygų lygiagretainį duotame tiesiniame kampe sudaryti.





Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ Γ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Δ· δεῖ δὴ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν ἴσῃ τῇ Δ γωνίᾳ.

Συνεστάτω τῷ Γ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΒΕΖΗ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΒΗ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Δ· καὶ κείσθω ὥστε ἐπ᾽ εὐθείας εἶναι τὴν ΒΕ τῇ ΑΒ, καὶ διήχθω ἡ ΖΗ ἐπὶ τὸ Θ, καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΒΗ, ΕΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΒ. καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΘ, ΕΖ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΘΖ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΘΖ, ΘΖΕ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι. αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΘΗ, ΗΖΕ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν· αἱ δὲ ἀπὸ ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν εἰς ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι συμπίπτουσιν· αἱ ΘΒ, ΖΕ ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ

Tebūnie AB duotoji tiesė, C duotasis trikampis, D duotasis tiesinis kampas; reikia tad prie duotosios tiesės AB duotam trikampiui C lygų lygiagretainį duotame tiesiniame kampe D sudaryti.

Tebus sudarytas trikampiui C lygus lygiagretainis $BEFG$ kampe EBG, kuris yra lygus D; ir tebus padėtas taip, kad BE ant tiesės būtų su AB, ir tebus FG nuvesta iki H, ir per A katrai BG, EF lygiagreti AH tebus išvesta, ir nutiesta HB. Ir kadangi lygiagrečias AH, EF kerta tiesė HF, kampai tad AHF, HFE dviem statiem yra lygūs. BHG, GFE už du stačiu tad mažesni; o nuo mažesnių už du stačiu į bagalybę tęsiamos sutinka; HB, FE tęsiamos tad sutiks. Tebus pratęstos ir tegu sutinka ties K, ir per συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Κ, καὶ διὰ τοῦ Κ σημείου ὁποτέρᾳ τῶν ΕΑ, ΖΘ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΛ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΘΑ, ΗΒ ἐπὶ τὰ Λ, Μ σημεῖα. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘΛΚΖ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΘΚ, περὶ δὲ τὴν ΘΚ παραλληλόγραμμα μὲν τὰ ΑΗ, ΜΕ, τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα τὰ ΛΒ, ΒΖ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΒ τῷ ΒΖ. ἀλλὰ τὸ ΒΖ τῷ Γ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καὶ τὸ ΛΒ ἄρα τῷ Γ ἐστιν ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΒΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΜ, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΗΒΕ τῇ Δ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΜ ἄρα τῇ Δ γωνίᾳ ἐστὶν ἴση.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΛΒ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΜ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Δ· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

tašką K katrai EA, FH lygiagreti KL tebus išvesta, ir HA, GB pratęstos iki taškų L, M. $HLKF$ tad yra lygiagretainis, ir HK jo įstrižainė, o AG, ME lygiagretainiai aplink HK, ir LB, BF vadinamieji papildiniai; LB tad yra lygus BF. Tačiau BF trikampiui C yra lygus; ir LB tad lygus C. Ir kadangi kampas GBE lygus ABM, bet GBE lygus ir D, tai ABM tad kampui D lygus yra.

Prie duotos tad tiesės AB sudarytas duotam trikampiui C lygus lygiagretainis LB tiesiniame kampe ABM, kuris lygus D; kaip tik, ką reikėjo padaryti.

με΄.

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Ε· δεῖ δὴ τῷ ΑΒΓΔ εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ τῇ Ε.

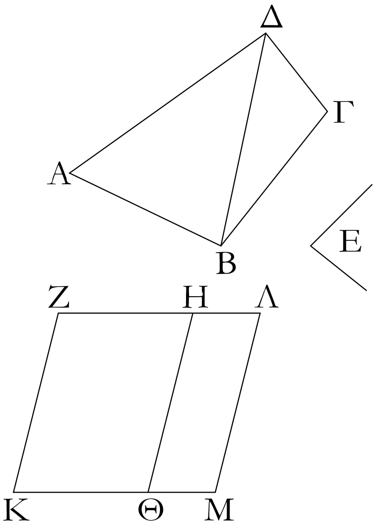
Ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ, καὶ συνεστάτω τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΖΘ ἐν τῇ ὑπὸ ΘΚΖ γωνίᾳ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Ε· καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΗΘ εὐθεῖαν τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΗΜ ἐν τῇ ὑπὸ ΗΘΜ γωνίᾳ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Ε. καὶ ἐπεὶ ἡ Ε γωνία ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΘΚΖ, ΗΘΜ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΘΚΖ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΜ ἐστιν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΚΘΗ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΖΚΘ, ΚΘΗ ταῖς ὑπὸ ΚΘΗ, ΗΘΜ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ᾽ αἱ ὑπὸ ΖΚΘ, ΚΘΗ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΚΘΗ, ΗΘΜ ἄρα δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΗΘ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Θ δύο εὐθεῖαι αἱ ΚΘ, ΘΜ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ᾽ εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΘ τῇ ΘΜ· καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΚΜ, ΖΗ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΘΗ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΖ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΘΗΛ· αἱ ἄρα ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΛ ταῖς ὑπὸ ΘΗΖ, ΘΗΛ ἴσαι εἰσιν. ἀλλ᾽ αἱ ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΛ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· καὶ αἱ ὑπὸ ΘΗΖ, ΘΗΛ ἄρα δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν· ἐπ᾽ εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΗ τῇ ΗΛ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΚ τῇ ΘΗ ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν, ἀλλὰ καὶ ἡ ΘΗ τῇ ΜΛ, καὶ ἡ ΚΖ ἄρα τῇ ΜΛ ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν· καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς εὐθεῖαι αἱ ΚΜ, ΖΛ· καὶ αἱ ΚΜ, ΖΛ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν· παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΖΛΜ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν ΑΒΔ τρίγωνον τῷ ΖΘ παραλληλογράμμῳ, τὸ δὲ ΔΒΓ τῷ ΗΜ, ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ εὐθύγραμμον ὅλῳ τῷ ΚΖΛΜ παραλληλογράμμῳ ἐστὶν ἴσον.

45.

Duotam tiesiakraščiui lygų lygiagretainį duotame tiesiniame kampe sudaryti.

Tebūnie $ABCD$ duotasis tiesiakraštis, o E duotasis tiesinis kampas; taigi, reikia tiesiakraščiui $ABCD$ lygų lygiagretainį duotame kampe E sudaryti.

Tebus nutiesta DB, ir sudarytas trikampiui ABD lygus lygiagretainis FH kampe HKF, kuris yra lygus E; ir sudarytas prie tiesės GH trikampiui DBC lygus lygiagretainis GM kampe GHM, kuris yra lygus E. Ir kadangi kampas E abejam HKF, GHM lygus yra, ir HKF tad yra lygus GHM. Bendras tebus pridėtas KHG; FKH, KHG lygūs tad KHG, GHM. Tačiau FKH, KHG dviem statiem yra lygūs; ir KHG, GHM dviem statiem tad lygūs. Taigi, prie tam tikros tiesės GH ir taško ant jos H dvi tiesi KH, HM, ne toje pačioje pusėje gulį, gretimus kampus dviem statiem lygius sudaro; ant tiesės tad yra KH su HM; ir kadangi lygiagrečias KM, FG kirto tiesė HG, tai priešiniai kampai MHG, HGF lygūs vienas kitam yra. Bendras tebus pridėtas HGL; MHG, HGL tad yra lygūs HGF, HGL. Tačiau MHG, HGL dviem statiem lygūs; tai ir HGF, HGL dviem statiem lygūs; ant tiesės tad yra FG su GL. Ir kadangi FK lygi bei lygiagreti HG, bet ir HG – ML, tai ir KF yra lygi bei lygiagreti ML; ir jungia jas tiesės KM, FL; tai ir KM, FL lygios bei lygiagrečios yra; lygiagretainis tad yra $KFLM$. Ir kadangi trikampis ABD lygus lygiagretainiui FH, o DBC – GM, visas tad tiesiakraštis $ABCD$ visam lygiagretainiui $KFLM$ yra lygus.



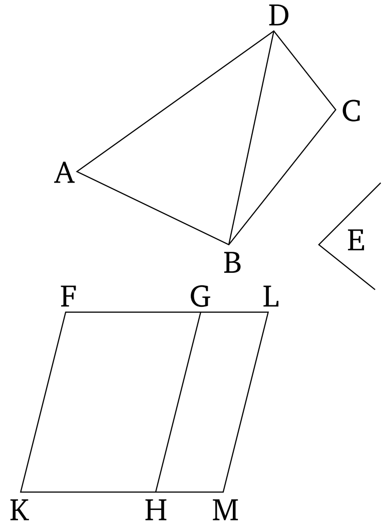
Τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ ΑΒΓΔ ἴσον παραλληλόγραμμον συνέσταται τὸ ΚΖΛΜ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΚΜ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ δοθείσῃ τῇ Ε· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

μϛ΄.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ· δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Ἤχθω τῇ ΑΒ εὐθείᾳ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ σημείου τοῦ Α πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΓ, καὶ κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΑΔ· καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ σημείου τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΕ, διὰ δὲ τοῦ Β σημείου τῇ ΑΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΕ. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, ἡ δὲ ΑΔ τῇ ΒΕ. ἀλλὰ ἡ ΑΒ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση· αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ ΒΑ, ΑΔ, ΔΕ, ΕΒ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ παραλληλόγραμμον. λέγω δή, ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΒ, ΔΕ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΑΔ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΑΔ, ΑΔΕ γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΕ. τῶν δὲ παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἑκατέρα τῶν ἀπεναντίον τῶν ὑπὸ ΑΒΕ, ΒΕΔ γωνιῶν· ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον.



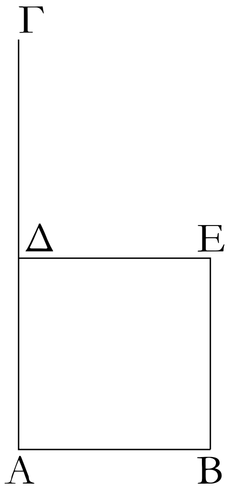
Duotam tad tiesiakraščiui $ABCD$ lygus sudarytas lygiagretainis $KFLM$ kampe FKM, kuris yra lygus duotajam E; kaip tik, ką reikėjo padaryti.

46.

Iš duotos tiesės ketvirtainį nubrėžti.

Tebūnie AB duotoji tiesė; taigi, reikia iš tiesės AB ketvirtainį nubrėžti.

Tebus tiesei AB iš taško ant jos A stačiais išvesta AC, ir tebus atidėta AD, lygi AB; ir per tašką D tebus išvesta DE, lygiagreti AB, o per tašką B išvesta BE, lygiagreti AD. Lygiagretainis tad yra $ADEB$; AB tad lygi DE, o AD – BE. Tačiau AB yra lygi AD; keturios tad BA, AD, DE, EB lygios yra viena kitai; lygiakraštis tad yra lygiagretainis $ADEB$. Teigiu dabar, kad ir stačiakampis. Kadangi mat lygiagrečias AB, DE kirto tiesė AD, tai kampai BAD, ADE dviem statiem lygūs. Status gi BAD; status tad ir ADE. O lygiagretainių sričių priešingos kraštinės ir kampai lygūs vienas kitam yra; status tad ir abejas priešingų kampų ABE, BED; stačiakampis tad yra $ADEB$. Bet įrodyta ir lygiakraštis.



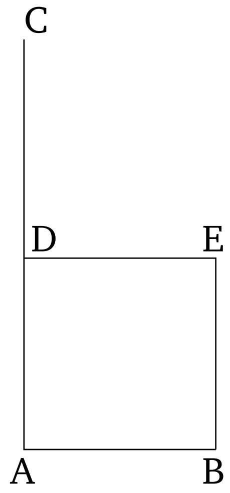
Τετράγωνον ἄρα ἐστίν· καί ἐστιν ἀπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας ἀναγεγραμμένον· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

μζ΄.

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν· λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνοις.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ μὲν τῆς ΒΓ τετράγωνον τὸ ΒΔΕΓ, ἀπὸ δὲ τῶν ΒΑ, ΑΓ τὰ ΗΒ, ΘΓ, καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΒΔ, ΓΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΛ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΖΓ. καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΑΓ, ΒΑΗ γωνιῶν, πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΒΑ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΑΗ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν· ἐπ᾿ εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΑ τῇ ΑΗ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΒΑ τῇ ΑΘ ἐστιν ἐπ᾿ εὐθείας. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΒΑ· ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα· κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΓ· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΒΑ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΖΒΓ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΔΒ τῇ ΒΓ, ἡ δὲ ΖΒ τῇ ΒΑ, δύο δὴ αἱ ΔΒ, ΒΑ δύο ταῖς ΖΒ, ΒΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΒΑ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΒΓ ἴση· βάσις ἄρα ἡ ΑΔ βάσει τῇ ΖΓ [ἐστιν] ἴση, καὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον τῷ ΖΒΓ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον· καί [ἐστι] τοῦ μὲν ΑΒΔ τριγώνου διπλάσιον τὸ ΒΛ παραλληλόγραμμον· βάσιν τε γὰρ τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν ΒΔ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς ΒΔ, ΑΛ· τοῦ δὲ ΖΒΓ τριγώνου διπλάσιον τὸ ΗΒ τετράγωνον· βάσιν τε γὰρ πάλιν τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν ΖΒ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς ΖΒ, ΗΓ. [τὰ δὲ τῶν ἴσων διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν·] ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΒΛ παραλληλόγραμμον τῷ ΗΒ τετραγώνῳ. ὁμοίως δὴ ἐπιζευγνυμένων τῶν ΑΕ, ΒΚ δειχθήσεται καὶ τὸ ΓΛ παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ ΘΓ τετραγώνῳ· ὅλον ἄρα τὸ ΒΔΕΓ



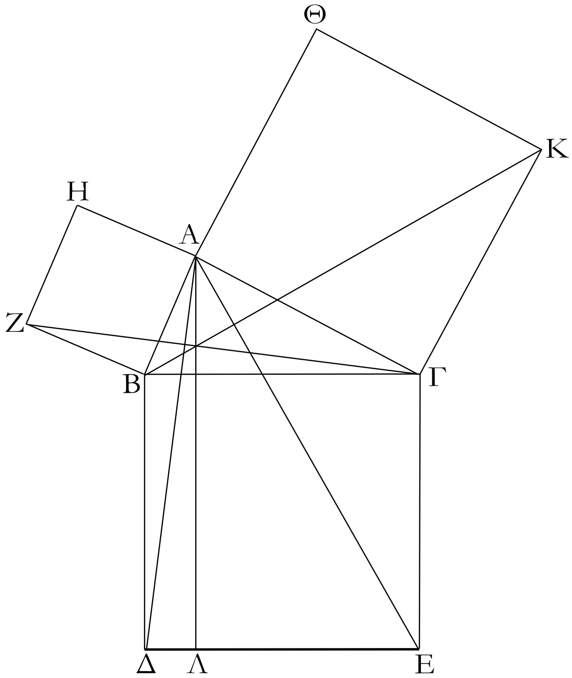
Ketvirtainis tad yra; ir yra iš tiesės AB nubrėžtas; kaip tik, ką reikėjo padaryti.

47.

Stačiųjų trikampių ketvirtainis iš prieš statųjį kampą tįsinčios kraštinės lygus yra ketvirtainiams iš statųjį kampą aprėpiančių kraštinių.

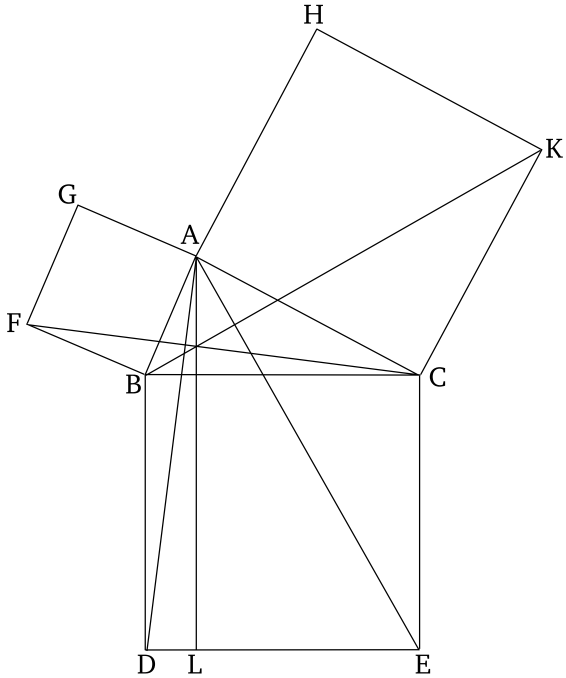
Tebūnie ABC status trikampis, turįs statųjį kampą BAC; teigiu, kad ketvirtainis iš BC lygus yra ketvirtainiams iš BA, AC.

Tebus tad iš BC nubrėžtas ketvirtainis $BDEC$, o iš BA, AC – GB, HC, ir per A katrai BD, CE lygiagreti AL tebus išvesta; ir tebus nutiestos AD, FC. Ir kadangi yra status abejas kampų BAC, BAG, tai prie tam tikros tiesės BA ir prie taško A ant jos dvi tiesi AC, AG, ne toje pačioje pusėje gulinčios, gretimus kampus dviem statiem lygius sudaro; ant tiesės tad yra CA su AG. Dėl to pat gi ir BA su AH yra ant tiesės. Ir kadangi kampas DBC yra lygus FBA – status mat abejas – bendras tebus pridėtas ABC; visas tad DBA visam FBC yra lygus. Ir kadangi DB lygi BC, o FB – BA, tai dvi DB, BA dviem CB, BF† lygios yra abeja abejai; ir kampas DBA kampui FBC lygus; taigi, ir pagrindas AD pagrindui FC yra lygus, ir trikampis ABD trikampiui FBC lygus; ir dveja toks kaip trikampis ABD yra lygiagretainis BL; pagrindą juk tą patį BD turi, ir yra tarp tų pačių lygiagrečių BD, AL; o kaip trikampis FBC dveja toks yra ketvirtainis GB; pagrindą juk tą patį FB turi ir yra tarp tų pačių lygiagrečių FB, GC. [o lygių dveja lygu viena kitam yra;] lygus tad yra lygiagretainis BL ketvirtainiui GB. Panašiai gi, nutiesus AE, BK, bus įrodyta ir lygiagretainis CL lygus ketvirtainiui HC; visas tad ketvirtainis $BDEC$ dviem ketvirtainiam GB, HC lygus yra. Ir yra ketvirtainis τετράγωνον δυσὶ τοῖς ΗΒ, ΘΓ τετραγώνοις ἴσον ἐστίν. καί ἐστι τὸ μὲν ΒΔΕΓ τετράγωνον ἀπὸ τῆς ΒΓ ἀναγραφέν, τὰ δὲ ΗΒ, ΘΓ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΓ πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πλευρῶν τετραγώνοις.



Ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν [γωνίαν] περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

BDEC iš *BC* nubrėžtas, o *GB*, *HC* – iš *BA*, *AC*. Taigi, ketvirtainis iš *BC* yra lygus ketvirtainiams iš *BA*, *AC*.



Stačiųjų tad trikampių ketvirtainis iš prieš statųjį kampą tįsinčios kraštinės lygus yra ketvirtainiams iš statųjį [kampą] aprėpiančių kraštinių; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.

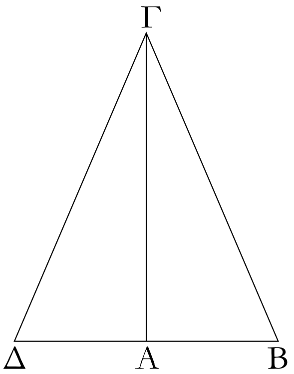
† Graikiškame *FB*, *BC*.

μη΄.

Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστιν.

48.

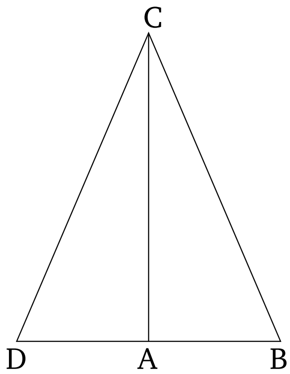
Jei ketvirtainis iš vienos trikampio kraštinių būtų lygus ketvirtainiams iš likusių dviejų trikampio kraštinių, tai tų likusiųjų dviejų kraštinių aprėpiamas kampas status bus.



Τριγώνου γὰρ τοῦ ΑΒΓ τὸ ἀπὸ μιᾶς τῆς ΒΓ πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἔστω τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πλευρῶν τετραγώνοις· λέγω, ὅτι ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία.

Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Α σημείου τῇ ΑΓ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΔ καὶ κείσθω τῇ ΒΑ ἴση ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ. ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΒ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΑ τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον· τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΔΑ, ΑΓ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνοις. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΔΑ, ΑΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ· ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνία· τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ· ὑπόκειται γάρ· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΔΓ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνῳ· ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΔΓ τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΓ, δύο δὴ αἱ ΔΑ, ΑΓ δύο ταῖς ΒΑ, ΑΓ ἴσαι εἰσίν· καὶ βάσις ἡ ΔΓ βάσει τῇ ΒΓ ἴση· γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ [ἐστιν] ἴση. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ.

Ἐὰν ἄρα τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστιν· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



Taigi, ketvirtainis iš vienos trikampio ABC kraštinės BC tebūnie lygus ketvirtainiams iš kraštinių BA, AC; teigiu, kad status yra kampas BAC.

Tebus tad tiesei AC nuo taško A stačiais išvesta AD ir atidėta AD, lygi BA. Ir tebus nutiesta DC. Kadangi DA lygi AB, lygus yra ketvirtainis iš DA ketvirtainiui iš AB. Bendras tebus pridėtas ketvirtainis iš AC; ketvirtainiai tad iš DA, AC lygūs yra ketvirtainiams iš BA, AC. Tačiau tiems iš DA, AC lygus yra iš DC; status juk yra kampas DAC; o tiems iš BA, AC lygus yra iš BC; buvo tariama juk; ketvirtainis tad iš DC lygus ketvirtainiui iš BC; taigi ir kraštinė DC yra lygi BC; ir kadangi DA lygi AB, o AC bendra, tai dvi DA, AC dviem BA, AC lygios yra; ir pagrindas DC pagrindui BC lygus; kampas tad DAC kampui BAC yra lygus. Bet DAC status; status tad ir BAC.

Jei tad ketvirtainis iš vienos trikampio kraštinių būtų lygus ketvirtainiams iš likusių dviejų trikampio kraštinių, tai tų likusiųjų dviejų kraštinių aprėpiamas kampas status bus; kaip tik, ką reikėjo įrodyti.